DEVOIR SURVEILLÉ N° 7	
Primitives, équations différentielles, fonction exponentielle, fonction ln	***Le 4 avril 2023***

Le plus grand soin doit être apporté aux calculs et à la rédaction.
Soulignez ou encadrez vos résultats.

Exercice 1 (2 *points*)

On considère la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x)=x\ln(x)-x$.

Démontrer que f est une primitive de la fonction ln sur $]0\,;+\infty[$.

Exercice 2 (8 *points*)

Dans chaque cas suivant, déterminer une primitive de g sur l'intervalle I donné :

1) $g(x)=-3x^2+5x-2$ avec $\mathrm{I}=\mathbb{R}$; 2) $g(x)=\dfrac{3}{2x+1}$ avec $\mathrm{I}=\left]-\dfrac{1}{2}\,;+\infty\right[$;

3) $g(x)=e^{5x-3}$ avec $\mathrm{I}=\mathbb{R}$; 4) $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-2}}$ avec $\mathrm{I}=]2\,;+\infty[$;

Exercice 3 (10 *points*)

Dans cet exercice, la température est exprimée en degrés Celsius (°C) et le temps t est exprimé en heures.

Une entreprise congèle des ailerons de poulet dans un tunnel de congélation avant de les conditionner en sachets. A l'instant $t=0$, les ailerons, à une température de 5 °C, sont placés dans le tunnel. Pour pouvoir respecter la chaîne du froid, le cahier des charges impose que les ailerons aient une température inférieure ou égale à −24 °C.

Partie A

La température des ailerons dans le tunnel de congélation est modélisée en fonction du temps t par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ par $f(t)=35e^{-1,6t}-30$.

1) Déterminer la température atteinte par les ailerons au bout de 30 minutes.

2) Etudier le sens de variations de la fonction f sur $[0\,;+\infty[$.

3) Si les ailerons de poulet sont laissés une heure et demie dans le tunnel de congélation, la température des ailerons sera-t-elle conforme au cahier des charges ?

4) Résoudre, par le calcul, l'équation $f(t)=-24$, puis interpréter le résultat trouvé.

Partie B

Pour moderniser son matériel, l'entreprise a investi dans un nouveau tunnel de congélation. La température des ailerons dans ce nouveau tunnel est modélisée, en fonction du temps, par une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$, qui est solution de l'équation différentielle (E) : $y'+1,5y=-52,5$.

1) Résoudre l'équation différentielle (E).

2) a) Justifier que $g(0)=5$.

b) Vérifier que la fonction g est définie par $g(t)=40e^{-1,5t}-35$.

3) Ce nouveau tunnel permet-il une congélation plus rapide ?