# DEVOIR MAISON N° 4

| ***Suites, dérivation*** | ***Pour le 17 novembre 2022*** |
|---|---|

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathcal{D}_f = \left]-\infty\,;\,\frac{4}{3}\right[ \cup \left]\frac{4}{3}\,;+\infty\right[$ par $f(x) = \dfrac{2x^2-3}{3x-4}$.

On définit la suite $(u_n)$ par $u_0 = 5$ et, pour tout entier naturel $n$ : $u_{n+1} = f(u_n)$.

Le but de cet exercice est d'étudier le comportement de la suite $(u_n)$ lorsque $n$ tend vers $+\infty$

1) a) On admet que $f$ est dérivable sur tout intervalle inclus dans $\mathcal{D}_f$.

   Montrer que pour tout réel $x$ de $\mathcal{D}_f$, $f'(x) = \dfrac{6x^2-16x+9}{(3x-4)^2}$.

   b) Dresser le tableau de variations de $f$.

2) a) Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel $n$, on a : $3 \le u_{n+1} \le u_n$.

   b) En déduire que $(u_n)$ converge.

   c) Dans cette question, on suppose que la suite $(u_n)$ converge vers un réel $\ell$ qui vérifie la relation $f(\ell) = \ell$. Déterminer la valeur de $\ell$.

3) Que se passerait-il si on avait $u_0 = 1$ ?


# DEVOIR MAISON N° 4

| ***Suites, dérivation*** | ***Pour le 17 novembre 2022*** |
|---|---|

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathcal{D}_f = \left]-\infty\,;\,\frac{4}{3}\right[ \cup \left]\frac{4}{3}\,;+\infty\right[$ par $f(x) = \dfrac{2x^2-3}{3x-4}$.

On définit la suite $(u_n)$ par $u_0 = 5$ et, pour tout entier naturel $n$ : $u_{n+1} = f(u_n)$.

Le but de cet exercice est d'étudier le comportement de la suite $(u_n)$ lorsque $n$ tend vers $+\infty$

1) a) On admet que $f$ est dérivable sur tout intervalle inclus dans $\mathcal{D}_f$.

   Montrer que pour tout réel $x$ de $\mathcal{D}_f$, $f'(x) = \dfrac{6x^2-16x+9}{(3x-4)^2}$.

   b) Dresser le tableau de variations de $f$.

2) a) Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel $n$, on a : $3 \le u_{n+1} \le u_n$.

   b) En déduire que $(u_n)$ converge.

   c) Dans cette question, on suppose que la suite $(u_n)$ converge vers un réel $\ell$ qui vérifie la relation $f(\ell) = \ell$. Déterminer la valeur de $\ell$.

3) Que se passerait-il si on avait $u_0 = 1$ ?