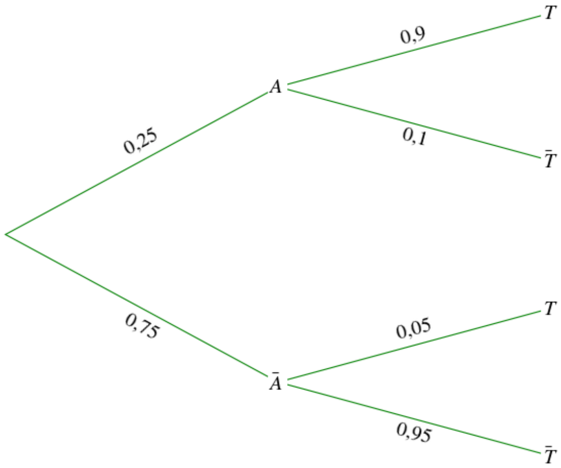
CORRECTION DU DEVOIR MAISON N° 2	
Probabilités conditionnelles, loi binomiale	***Pour le 29 septembre 2022***

Partie A

1)

$\boldsymbol{p(A \cap T)} = 0,25 \times 0,9 = \mathbf{0,225}$.



2) D'après la formule des probabilités totales, on obtient :
$\boldsymbol{p(T)} = p(A \cap T) + p(\bar{A} \cap T) = 0,225 + 0,75 \times 0,9 = 0,225 + 0,0375 = \mathbf{0,2625}$.

3) On cherche $p_T(A)$: $p_T(A) = \dfrac{p(A \cap T)}{p(T)} = \dfrac{0,225}{0,2625} \approx 0,8571$.

Donc **la probabilité qu'il soit atteint d'une angine nécessitant la prise d'antibiotiques, sachant qu'il a eu un test positif, est égale à environ 0,8571**.

4) a) $\boldsymbol{\bar{A} \cap T}$ **et** $\boldsymbol{A \cap \bar{T}}$ **correspondent à un résultat erroné du test**.

b) $\boldsymbol{p(E)} = p(\bar{A} \cap T) + p(A \cap \bar{T}) = 0,25 \times 0,1 + 0,75 \times 0,05 = \mathbf{0,0625}$.

Partie B

1) a) Sélectionner une personne ayant un test erroné est une épreuve de Bernoulli de paramètre $p = 0,0625$.
Cette épreuve est répétée 50 fois de façon identique et indépendante.
Donc $\boldsymbol{X}$ **suit la loi binomiale** $\boldsymbol{\mathscr{B}(50\,;0,0625)}$.

b) $\boldsymbol{p(X=7)} = \binom{50}{7} \times (0,0625)^7 \times (1-0,0625)^{50-7} \approx \mathbf{0,0232}$.

c) On cherche $p(X \geq 1)$. Or $p(X \geq 1) = 1 - p(X=0) = 1 - \binom{50}{0} \times (0,0625)^0 \times (1-0,0625)^{50-0}$

c'est-à-dire $p(X \geq 1) = 1 - (0,9375)^{50} \approx 0,9603$.
Donc **la probabilité, qu'il y ait au moins un patient dans l'échantillon dont le test est erroné, est égale à 0,9603**.

2) $p(X \geq 10) > 0,95$ équivaut à $1 - p(X \leq 9) > 0,95$, c'est-à-dire à $p(X \leq 9) < 0,05$.

Il suffit de calculer $p(X \leq 9)$ en prenant des valeurs de n supérieures à 9.

La valeur minimale de la taille de l'échantillon qu'il faut choisir pour que $\boldsymbol{p(X \geq 10)}$ soit supérieure à 0,95, est 242.