CORRECTION DU DEVOIR MAISON N° 10

Dénombrement et loi binomiale	*Pour le 22 mai 2023*

Exercice 1

1) a) Un tirage de deux lettres dans ce sac est une combinaison de deux éléments prises parmi 8. **Il y a donc $\binom{8}{2}=28$ tirages possibles**.

b) Pour gagner, il faut tirer 1 consonne parmi 6 et 1 voyelle parmi 2 soit, $6\times 2=12$ tirages favorables.

Donc **la probabilité que le joueur gagne à ce jeu est égale à $\frac{12}{28}=\frac{3}{7}$**.

2) a) « Gagner à une partie » est une épreuve de Bernoulli de paramètre $p=\frac{3}{7}$.

Donc G suit une loi de Bernoulli de paramètre $p=\frac{3}{7}$ qui prend les valeurs $-k$ et $10-k$.

On en déduit **la loi de probabilité de G** :

g_i	$-k$	$10-k$
$p(G=g_i)$	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{7}$

b) Le jeu est favorable au joueur lorsque $E(G)>0$.

Or $E(G)=(-k)\times\frac{4}{7}+(10-k)\times\frac{3}{7}=-k+\frac{30}{7}$. D'où $E(G)>0$ équivaut à $k<\frac{30}{7}$.

Comme $\frac{30}{7}\approx 4{,}29$ et que k désigne un entier naturel non nul, alors **la mise maximale doit être de 4 € afin que le jeu reste favorable au joueur**.

3) a) « Tirer simultanément deux lettres dont une est une voyelle et l'autre une consonne » est une épreuve de Bernoulli de paramètre $p=\frac{3}{7}$.

Cette épreuve est répétée 10 fois de façon identique et indépendante.

Donc **X suit une loi binomiale de paramètres $n=10$ et $p=\frac{3}{7}$**.

b) On cherche $p(X=4)$. Or $p(X=4)=\texttt{binomFRép}\left(10,\frac{3}{7},4\right)\approx 0{,}247$.

Donc **la probabilité, qu'il y ait exactement quatre joueurs gagnants, est égale à environ 0,247**.

c) $\boldsymbol{p(X\geq 5)}=1-p(X\leq 4)=1-\texttt{binomFRép}\left(10,\frac{3}{7},4\right)\approx \mathbf{0{,}440}$

Parmi les 10 joueurs, il y a 44 % de chance qu'au moins 5 joueurs gagnent.

d) Avec la calculatrice, on rentre la fonction $Y_1=\texttt{binomFRép}\left(10,\frac{3}{7},X\right)$.

Puis, on construit le tableau de valeurs de Y_1, puis on choisit la première valeur de n tel que $p(X\leq n)\geq 0{,}95$.

NORMAL FLOTT AU
APP SUR + POUR △T

X	Y1
0	0.0037
1	0.0316
2	0.1255
3	0.3134
4	0.5601
5	0.7821
6	0.9208
7	0.9803
8	0.997
9	0.9998
10	1

X=7

7 est le plus petit entier naturel n tel que $p(X \leq n) \geq 0{,}95$.

Exercice 2

1) On peut mettre une viande à choisir parmi les 7, et, une sauce (à choisir parmi 9) ou pas de sauce. **Il y a donc 7×9, soit 63, tacos possibles de taille S**.

2) Il y a $\binom{8}{2} = 28$ façons de choisir deux sauces parmi les 8.

Il y a $\binom{7}{4} = 35$ façons possibles de choisir 4 viandes différentes parmi les 7.

Or $35 \times 28 = 980$; **il y a alors 980 tacos possibles de taille XL contenant 2 sauces différentes**.

3) • Taille S : on peut ne mettre aucune sauce (un choix possible), 1 sauce (8 choix possibles ; il y a donc $1 + 8 = 9$ possibilités pour les sauces. Il y a 9 tacos de taille S avec des tenders.

• Taille M : on peut ne mettre aucune sauce (un choix possible), 1 sauce (8 choix possibles) ou 2 sauces (28 choix possibles) ; il y a donc $1 + 8 + 28 = 37$ possibilités pour les sauces.
Il y a 6 choix possibles pour l'autre viande.
Or $6 \times 37 = 222$; il y a 222 tacos de taille M avec des tenders.

• Taille L : il y a 37 possibilités pour les sauces.

Il y a $\binom{6}{2} = 15$ choix possibles pour les deux autres viandes.

Or $15 \times 37 = 555$; il y a 555 tacos de taille L avec des tenders.

• Taille XL : il y a 37 possibilités pour les sauces.

Il y a $\binom{6}{3} = 20$ choix possibles pour les deux autres viandes.

Or $20 \times 37 = 740$; il y a 740 tacos de taille XL avec des tenders.

• Comme $9 + 222 + 555 + 740 = 1\,526$, **il y a donc 1 526 tacos possibles contenant des tenders**.

4) a) • Taille S : il y a 7 choix possibles pour la viande. Il y a 7 tacos de taille S avec de la sauce samouraï.

• Taille M : on peut mettre une autre sauce (7 choix possibles) ou laisser la sauce samouraï seule ; il y a donc 8 possibilités pour les sauces.

Il y a $\binom{7}{2} = 21$ choix possibles pour les deux viandes.

Or $21 \times 8 = 168$; il y a 168 tacos de taille M avec de la sauce samouraï.

• Taille L : il y a 8 possibilités pour les sauces.

Il y a $\binom{7}{3}=35$ choix possibles pour les trois viandes.

Or $35\times 8=280$; il y a 280 tacos de taille L avec de la sauce samouraï.

• Taille XL : il y a 8 possibilités pour les sauces.

Il y a $\binom{7}{4}=35$ choix possibles pour les deux autres viandes.

$35\times 8=280$; il y a 280 tacos de taille XL avec de la sauce samouraï.

• Comme $7+168+280+280=735$, **il y a donc 735 tacos possibles avec de la sauce samouraï**.

b) • Taille S : il y a 1 choix possible.

• Taille M : on peut mettre une autre sauce (7 choix possibles) ou laisser la sauce samouraï seule ; il y a donc 8 possibilités pour les sauces.
Il y a 6 choix possibles pour l'autre viande.
Or $6\times 8=48$; il y a 48 tacos de taille M contenant des merguez et de la sauce samouraï.

• Taille L : il y a 8 possibilités pour les sauces.

Il y a $\binom{6}{2}=15$ choix possibles pour les deux autres viandes.

Or $15\times 8=120$; il y a 120 tacos de taille L contenant des merguez et de la sauce samouraï.

• Taille XL : il y a 8 possibilités pour les sauces.

Il y a $\binom{6}{3}=20$ choix possibles pour les trois autres viandes.

$20\times 8=160$; il y a 160 tacos de taille XL contenant des merguez et de la sauce samouraï.

• Comme $1+48+120+160=329$, **il y a 329 tacos contenant des merguez et de la sauce samouraï**.