

DEVOIR MAISON N° 10

Dénombrément et loi binomiale

Pour le 22 mai 2023

Exercice 1

Un sac contient les huit lettres : A, B, C, D, E, F, G, H.

Un jeu consiste à tirer simultanément et au hasard deux lettres dans ce sac.

On gagne si le tirage est constitué d'une voyelle et d'une consonne.

- 1) Un joueur extrait simultanément deux lettres du sac.
 - a) Déterminer le nombre de tirages possibles.
 - b) Déterminer la probabilité que le joueur gagne à ce jeu.

Pour la suite de l'exercice, on admet que la probabilité que le joueur gagne est de $\frac{3}{7}$.

2) Pour jouer, le joueur doit payer k euros, k désignant un entier naturel non nul.

Si le joueur gagne, il remporte la somme de 10 €, sinon il ne remporte rien.

On note G la variable aléatoire égale au gain algébrique d'un joueur (la somme remportée est déduite de la mise k).

- a) Déterminer la loi de probabilité de G .
 - b) Quelle doit être la valeur maximale de k pour que le jeu reste favorable au joueur ?
- 3) Dix joueurs font chacun une partie. Les lettres tirées sont remises dans le sac après chaque partie.

On note X la variable aléatoire associée au nombre de joueurs gagnant.

- a) Justifier que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
- b) Calculer la probabilité, à 10^{-3} près, qu'il y ait exactement quatre joueurs gagnants.
- c) Calculer $p(X \geq 5)$ à 10^{-3} près. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.
- d) Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $p(X \leq n) \geq 0,95$, en détaillant la méthode utilisée.

Exercice 2

Dans le document suivant, le vendeur Matetacos présente une carte présentant les différents choix possibles.



On a donc au choix différentes tailles qui permettent de mettre de 1 à 4 viandes (tailles S, M, L, XL), avec 7 choix de viandes et 8 choix de sauces, avec des conditions particulières :

- on peut mettre au maximum 1 sauce si on choisit la taille S avec 1 viande, et 2 sauces pour les tailles supérieures (on peut dans chacun des cas en mettre moins, ou pas de sauce du tout) ;
- il n'est pas possible de choisir des doubles, triples ou quadruples portions de la même viande dans les versions M, L, XL (les viandes choisies sont donc forcément différentes).

- 1) Calculer le nombre de tacos possibles de taille S.
- 2) Déterminer le nombre de tacos possibles de taille XL contenant 2 sauces différentes.
- 3) Déterminer le nombre de tacos possibles contenant des tenders.
- 4) a) Calculer le nombre de tacos possibles avec de la sauce samouraï.
b) Calculer le nombre de tacos possibles contenant des merguez et de la sauce samouraï.