

LOIS À DENSITÉ

Terminale S

Fiche d'exercices

Exercice 1

Une rame de métro relie deux stations M_1 et M_2 en un temps compris entre 8 et 12 minutes. On note X la durée du trajet lors d'une liaison.

On suppose que X suit une loi uniforme sur $[8 ; 12]$.

- 1) Quelle est la densité de probabilité de X ?
- 2) Calculer la probabilité que la rame relie les deux stations en moins de 9 min 30 s.
- 3) La rame quitte M_1 à huit heures et un usager arrive en M_2 à 8h11. La rame reste en gare une minute. Quelle est la probabilité que l'usager rate le métro ?

Exercice 2

Une entreprise dessert une région montagneuse. En chemin, les véhicules peuvent être bloqués par des incidents extérieurs comme des chutes de pierres, la présence de troupeaux sur la route, etc...

Un autocar part de son entrepôt. On note D la variable aléatoire qui mesure la distance en kilomètres que l'autocar va parcourir jusqu'à ce qu'il survienne un incident. On admet que D suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = \frac{1}{82}$, appelée aussi loi de durée de vie sans vieillissement.

On rappelle que la loi de probabilité est alors définie par $p(D \leq A) = \int_0^A \frac{1}{82} e^{-\frac{x}{82}} dx$.

Dans tout l'exercice les résultats numériques seront arrondis au millième.

- 1) Calculer la probabilité que la distance parcourue sans incident soit :
 - a) comprise entre 50 et 100 km ;
 - b) supérieure à 300 km.
- 2) Sachant que l'autocar a déjà parcouru 350 kilomètres sans incident, quelle est la probabilité qu'il n'en subisse pas non plus au cours des prochains 25 kilomètres ?
- 3) Déterminer la distance moyenne d_m parcourue sans incident.
- 4) L'entreprise possède N_0 autocars. Les distances parcourues par chacun des autocars entre l'entrepôt et le lieu où survient l'incident sont des variables aléatoires deux à deux indépendantes et de même loi exponentielle de paramètre $\lambda = \frac{1}{82}$.

d est un nombre réel positif, on note X_d la variable aléatoire égale au nombre d'autocars ayant subi aucun incident après avoir parcouru d kilomètres.

- a) Montrer que X_d suit une loi Binomiale de paramètres N_0 et $e^{-\lambda d}$.
- b) Donner le nombre moyen d'autocars n'ayant subi aucun incident après avoir parcouru d kilomètres.

Exercice 3

Le laboratoire de physique d'un lycée dispose d'un parc oscilloscopes identiques. La durée de vie en années d'un oscilloscope est une variable aléatoire notée X qui suit la « loi de durée de vie sans vieillissement » (ou encore la loi exponentielle de paramètre λ avec $\lambda > 0$). Toutes les probabilités seront données à 10^{-3} près.

- 1) Sachant que $p(X > 10) = 0,286$, montrer qu'une valeur approchée à 10^{-3} près de λ est 0,125.

On prendra 0,125 pour valeur de λ dans la suite de l'exercice.

- 2) Calculer la probabilité qu'un oscilloscope du modèle étudié ait une durée de vie inférieure à 6 mois.
- 3) Sachant qu'un appareil a déjà fonctionné huit années, quelle est la probabilité qu'il ait une durée de vie supérieure à dix ans ?
- 4) On considère que la durée de vie d'un oscilloscope est indépendante de celle des autres appareils. Le responsable du laboratoire décide de commander 15 oscilloscopes. Quelle est la probabilité qu'au moins un oscilloscope ait une durée de vie supérieure à 10 ans ?
- 5) Combien l'établissement devait-il acheter d'oscilloscopes pour que la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux fonctionne plus de 10 ans soit supérieure à 0,999 ?