

FONCTION LOGARITHME NÉPÉRIEN

Fiche d'exercices

Terminale S

Exercice 1

Soient f la fonction définie sur $I =]4; +\infty[$ par : $f(x) = -x + 3 + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{x-4}{x-2}\right)$ et \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1 Étudier les limites de f aux bornes de I .
- 2 Montrer que : $f'(x) = -\frac{x^2 - 6x + 7}{(x-4)(x-2)}$.
- 3 Dresser le tableau de variation de f .
- 4 Soit \mathcal{D} la droite d'équation $y = -x + 3$. Étudier les positions relatives de la courbe \mathcal{C} et de la droite \mathcal{D} .

Représenter sur un même graphique la courbe \mathcal{C} et de la droite \mathcal{D} .

Exercice 2

Soient f et g les fonctions définies sur \mathbb{R}^+^* par : $f(x) = \ln x$ et $g(x) = x - \ln x$. On note, respectivement \mathcal{C} et \mathcal{C}' leurs courbes représentatives dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On se propose de chercher les éventuelles tangentes communes aux deux courbes. Soient a, b deux réels strictement positifs, A le point d'abscisse a de \mathcal{C} et B le point d'abscisse b de \mathcal{C}' . On note \mathcal{T} la tangente à \mathcal{C} en A et \mathcal{T}' la tangente à \mathcal{C}' en B.

- 1 Écrire l'équation réduite de \mathcal{T} .
- 2 Écrire l'équation réduite de \mathcal{T}' .
- 3 En déduire que : \mathcal{T} et \mathcal{T}' sont confondues si et seulement si :
$$\begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1 \\ \ln(ab) = 2 \end{cases}$$
.
- 4 Résoudre le précédent système et conclure.