DEVOIR MAISON N° 3

Nombres complexes	***Pour le 5 novembre 2018***

Soit z et z' deux nombres complexes.

Posons $\varphi(z,z') = z\,\overline{z'} + \overline{z}\,z'$.

Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(O\,;\vec{u},\vec{v}\right)$ (unité graphique : 2 cm).

1) a) Calculer $\varphi(i,3)$, $\varphi(1+2i,-2+i)$, $\varphi(2+i,-3+2i)$ et $\varphi\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i,-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

b) Montrer que pour tout couple (z,z'), le nombre $\varphi(z,z')$ est réel.

2) a) Posons $z = x+iy$ et $z' = x'+iy'$, avec x, y, x' et y' des réels.

Calculer $\varphi(z,z')$ en fonction de x, y, x' et y'.

b) Déterminer l'ensemble $(\mathscr{D})$ des points M d'affixe z tels que $\varphi(z,1+i) = 2\sqrt{2}$.

c) Dessiner $(\mathscr{D})$ dans le repère $\left(O\,;\vec{u},\vec{v}\right)$.

3) a) Déterminer l'ensemble $(\mathscr{C})$ des points M d'affixe z tels que $\varphi(z,z) = 2$.

b) Dessiner $(\mathscr{C})$ dans le repère $\left(O\,;\vec{u},\vec{v}\right)$.

c) Que peut-on dire de la position relative de $(\mathscr{C})$ et de $(\mathscr{D})$?