BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2010

ÉPREUVE DE SPÉCIALITÉ DE MATHÉMATIQUES

Série L

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : **3**

Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1 à 5.

L'usage d'une calculatrice est autorisé.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Ce sujet comporte une annexe à rendre.

EXERCICE 1 (5 points)

Dans cet exercice, pour chacune des questions, **une et une seule** des réponses proposées est exacte.
Aucune justification n'est attendue, il est seulement demandé de répondre en donnant le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse correcte.
Chaque bonne réponse rapporte 1 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.

Questions	A	B	C
1. Le nombre de solutions réelles de l'équation $\left(e^x+1\right)\left(e^x-2\right)=0$ est :	0	1	2
2. L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $\left(e^x-1\right)(1-x)\geq 0$ est l'intervalle :	[0, 1]	]-∞, 1]	[1, +∞[
3. La fonction dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\left(x^2+1\right)e^x$ est telle que :	$f'(x)=2x+e^x$	$f'(x)=(x+1)^2e^x$	$f'(x)=2xe^x$
4. Pour tous les réels strictement positifs a et b, le réel $e^{\ln(a)+\ln(b)}$ est égal à :	ab	$a+b$	$\frac{a}{b}$
5. La suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n=2^n+2^{n+1}$ est :	Une suite arithmétique	Une suite géométrique	Une suite ni arithmétique, ni géométrique

EXERCICE 2 (5 points)

Lors d'une étude statistique sur les performances d'un joueur professionnel de basket, il a été établi que lorsqu'il joue à domicile (sur le terrain de son équipe), il marque le panier sur 68% de ses tirs mais que lorsqu'il joue à l'extérieur (sur le terrain de l'équipe adverse), il ne marque le panier que sur 42% de ses tirs. De plus, lors d'une saison, il joue 60% de ses matchs à domicile.

1) Ce joueur dispute un match à domicile. Il effectue successivement deux tirs. On admet que les résultats de ces deux tirs sont indépendants.

a) Quelle est la probabilité p_1 que le joueur marque deux paniers ?

b) Quelle est la probabilité p_2 que le joueur marque au moins un panier ?

2) On regarde un match à la télévision auquel participe ce joueur mais sans savoir s'il joue à domicile ou à l'extérieur. Il effectue un tir.

On note D l'événement « Le joueur dispute son match à domicile » et M l'événement « Le joueur marque le panier ».

a) Donner la probabilité $P(D)$ de l'événement D et la probabilité $P_D(M)$ de M sachant D.

b) Calculer la probabilité $P(M \cap D)$ de l'événement $M \cap D$.

c) Démontrer que la probabilité de l'événement M est $P(M) = 0,576$.

d) Le joueur marque le panier. Quelle est la probabilité qu'il joue à domicile ? On arrondira au millième.

EXERCICE 3 (5 points)

Alain et Alice ont l'habitude d'échanger entre eux des messages secrets. Afin que ces messages ne puissent être déchiffrés, ils décident de les coder.
Leurs messages ne sont écrits qu'en lettres majuscules, sans espace entre les mots.
À chaque lettre de l'alphabet, on fait correspondre un rang selon le tableau ci-dessous.

Lettre	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**	**L**	**M**
Rang	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Lettre	**N**	**O**	**P**	**Q**	**R**	**S**	**T**	**U**	**V**	**W**	**X**	**Y**	**Z**
Rang	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

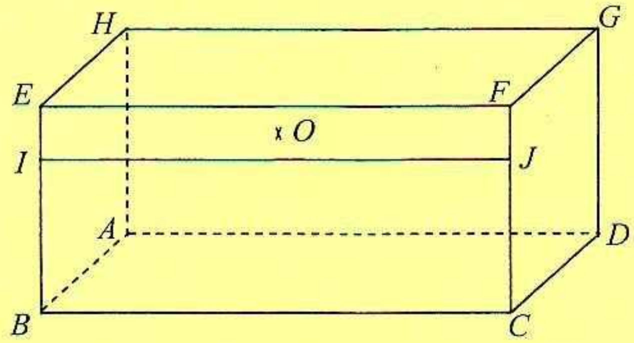
La lettre de rang x est codée par la lettre de rang r, où r est le reste de la division euclidienne de $3x+20$ par 26.
Par exemple, la lettre T a pour rang 19. Le reste de la division euclidienne de $3\times19+20=77$ par 26 est 25, qui est le rang de la lettre Z. Ainsi T est codée par Z.

1. Vérifier que la lettre M est codée par la lettre E.
2. Coder le message suivant : « MATHS »
3. On veut déterminer la lettre codée par B. On appelle x son rang.
   Montrer que $3x \equiv 7[\text{mod } 26]$ et conclure.
4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Recopier le tableau ci-dessous et le compléter pour décoder le message « JUASBG » en expliquant la démarche:

Lettre	F			I		
Rang	5			8		
Rang lettre codée	9	20	0	18	1	6
Lettre codée	J	U	A	S	B	G

EXERCICE 4 (5 points)

La figure ci-dessous est la représentation en perspective parallèle d'un élément de cuisine ayant la forme d'un pavé *ABCDEFGH*. Le rectangle *EIJF* qui représente un tiroir est tel que $EI = \frac{1}{4}EB$. Le point O, centre du rectangle *EIJF* représente la poignée du tiroir.

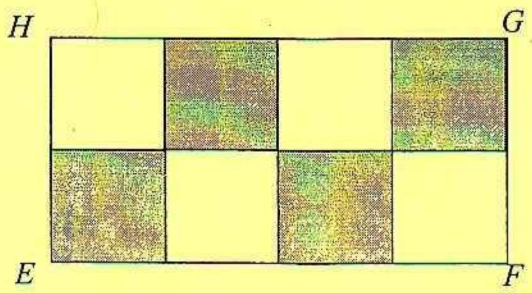


On complètera les figures données en annexe et on laissera apparents tous les traits de construction.

1) La figure 1 donnée en annexe amorce une représentation en perspective centrale du meuble. La face *ABCD* est horizontale et l'arête [*BE*] est dans un plan frontal.
Les points *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H*, *I*, *J*, O sont respectivement représentés par les points *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i*, *j*, *o*. La droite Δ est la ligne d'horizon.

- **a)** Construire les points de fuite f_1 et f_2 des droites (*ab*) et (*bc*).
- **b)** Construire les points *d*, *e*, *f*, *g*, *h*.
- **c)** Placer les points *i*, *j*, *o*.

2) La face *EFGH* de ce meuble est un plan de travail que l'on souhaite carreler avec des carreaux carrés de deux couleurs comme indiqué ci-dessous.



Sur la figure 2 de l'annexe, on a commencé la représentation en perspective centrale de ce plan de travail en supposant que [*EF*] est dans un plan frontal. La droite Δ est la ligne d'horizon.

Représenter le carrelage et griser les carreaux foncés.

Annexe à rendre avec la copie

Figure 1

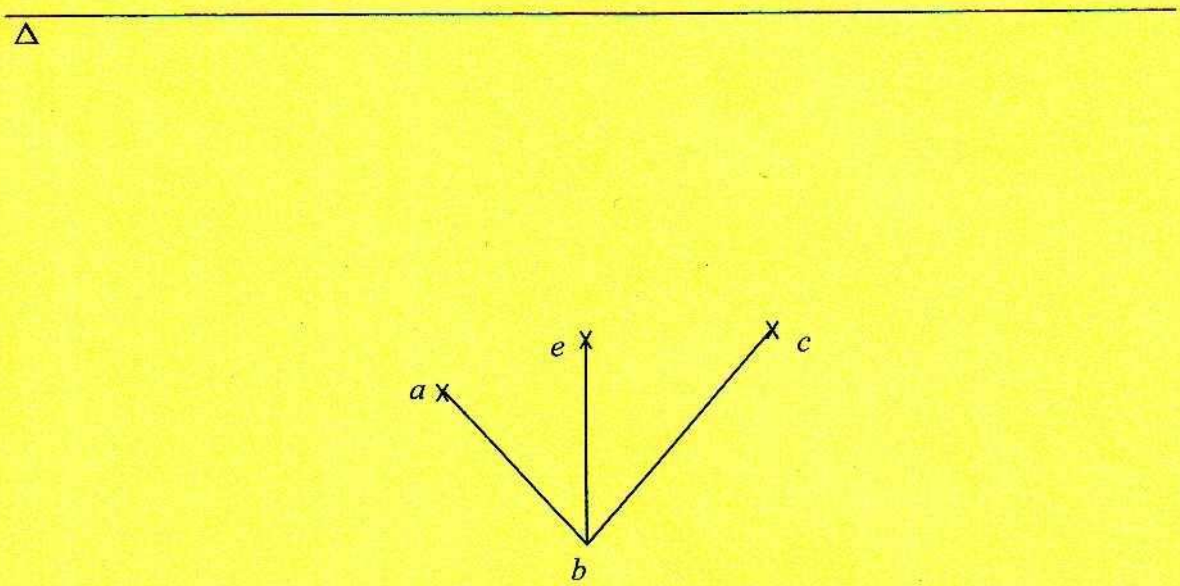


Figure 2