

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2010

MATHÉMATIQUES

Série L

Enseignement de spécialité

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 3

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1 à 7.
L'annexe de la page 7 est à rendre avec la copie.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

*Le sujet est composé de 4 exercices indépendants.
Le candidat doit traiter tous les exercices.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements
entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

EXERCICE 1 (5 points)

Il s'agit de remplir la grille suivante dont chaque case blanche doit contenir exactement un chiffre (entre 0 et 9).

1. Pour y parvenir, il faut déterminer les quatre nombres entiers correspondants aux définitions ci-dessous. **Chaque réponse devra être justifiée.**

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				

Ligne 1 : Somme des 50 premiers termes de la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_1 = 4,37$ et de raison $r = 0,74$.

Ligne 2 : Nombre compris entre 5700 et 7800 et congru à 0 modulo 1134.

Ligne 3 : Nombre affiché en sortie de l'algorithme ci-dessous si on le fait fonctionner pour $n = 3$.

Entrée	a, b, i, n sont des entiers		
Initialisation	Donner à i la valeur 0 Donner à a la valeur 0 Donner à b la valeur 0		
Traitement	Tant que $i < n$ donner à i la valeur $i + 1$ donner à a la valeur $46 + a$ donner à b la valeur $a + b$		
Sortie	Afficher b		

Ligne 4 : $\lim_{n \rightarrow \infty} -3(0,5)^n + 500$

2. Élément de vérification

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{2070x}$.

- (a) Calculer $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f .
 (b) Calculer $f'(0)$.

Le nombre de la colonne C est le nombre $f'(0)$.

EXERCICE 2 (5 points)

Les parties I et II peuvent être traitées indépendamment.

Partie I

Soit a et b deux nombres réels et f la fonction définie sur $]0; 3]$ par $f(x) = -x^2 + a + b \ln(x)$.

Déterminer les nombres réels a et b sachant que la courbe représentative de la fonction f passe par le point $A(1; 1)$ et admet en ce point une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

Partie II

On admet que pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0; 3]$, on a : $f(x) = -x^2 + 2 + 2\ln(x)$

1. Rappeler la valeur de $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x)$ et en déduire $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.
2. On note f' la fonction dérivée de la fonction f .
 - (a) Calculer $f'(x)$ pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0; 3]$, puis vérifier que
$$f'(x) = \frac{2(1-x)(1+x)}{x}$$
 - (b) En déduire le tableau des variations de la fonction f .
3. On a représenté sur l'**annexe 1** la courbe \mathcal{C} représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthogonal.
 - (a) Le point $B(\sqrt{2}; \ln(2))$ appartient-il à la courbe \mathcal{C} ? Justifier.
 - (b) À l'aide du graphique, déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ dans l'intervalle $]0; 3]$.
 - (c) À l'aide de la calculatrice, donner un encadrement d'amplitude 0,01 de la plus grande de ces solutions.

EXERCICE 3 (5 points)

Une compagnie d'assurance automobile fait un bilan des frais d'intervention parmi ses dossiers d'accidents de la circulation.

92 % des dossiers entraînent des frais de réparation matérielle et 23 % des frais de dommages corporels. De plus, parmi les dossiers entraînant des frais de réparation matérielle, 12 % entraînent aussi des frais de dommages corporels.

On choisit au hasard un dossier. Tous les dossiers ont la même probabilité d'être tirés.

On note :

M l'événement : «le dossier choisi entraîne des frais de réparation matérielle».

C l'événement : «le dossier choisi entraîne des frais de dommages corporels».

1. En utilisant les notations M et C , exprimer les trois pourcentages de l'énoncé en termes de probabilité ; les résultats seront donnés sous forme décimale.
2.
 - (a) Montrer que la probabilité de l'événement $M \cap C$ est égale à 0,1104.
 - (b) Interpréter l'événement $M \cap \bar{C}$ puis calculer sa probabilité.
 - (c) Calculer la probabilité que le dossier choisi entraîne des frais de réparation matérielle sachant qu'il a entraîné des frais de dommages corporels.
3. *Dans cette question toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

L'assureur sait que 45 % des accidents sont dus à des excès de vitesse et que parmi ces dossiers avec excès de vitesse, 30 % ont entraîné des dommages corporels.

On choisit au hasard un dossier. Sachant que l'accident correspondant entraîne des frais de dommages corporels, quelle est la probabilité que cet accident soit dû à un excès de vitesse ?

Donner le résultat à 10^{-3} près.

EXERCICE 4 (5 points)

En Allemagne, au mois de novembre, la population célèbre traditionnellement la fête de la Saint-Martin. Cela se traduit par des cortèges nocturnes dans les rues accompagnés de chants. Pour cette occasion, chaque écolier fabrique une lanterne. La fête de la Saint-Martin est ainsi également appelée « Fête des Lanternes ».

Dans cet exercice, on va s'intéresser à la représentation des lanternes de deux écoliers : Marie et Daniel. Les dessins à compléter en annexe sont à rendre avec la copie.

On laissera apparents les traits de construction.

1. La *figure 1* représente la lanterne de Marie en perspective cavalière. Cette lanterne a la forme d'un parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ ouvert sur le dessus avec un fond $DCGH$ rigide et transparent ; ses 4 faces latérales sont également transparentes et ses arêtes sont des tiges de bois rectilignes. Au centre de la face $DCGH$ est fixée une bougie dont la longueur est égale à la moitié de l'arête $[AD]$.

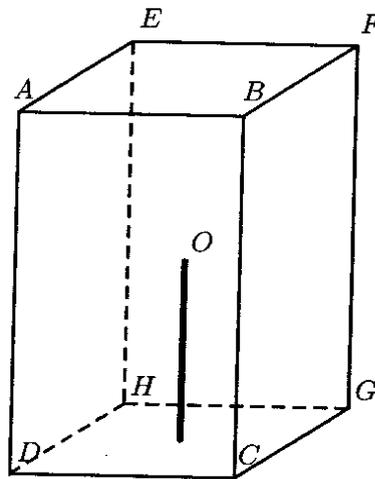


figure 1

On veut construire sur le **dessin n°1 de l'annexe 2** la représentation en perspective centrale de cette lanterne, la face $ABCD$ étant frontale. Les images des points A, B, C, \dots sont désignées par les lettres minuscules a, b, c, \dots .

On a tracé la ligne d'horizon \mathcal{H} , le point de fuite principal ω et un point de distance d_1 .

- (a) Construire le deuxième point de distance d_2 .
 - (b) Compléter la représentation du pavé droit $ABCDEFGH$.
 - (c) Terminer cette représentation en y construisant l'image de la bougie dans cette perspective centrale.
2. Daniel a fabriqué une lanterne de forme cubique $A'B'C'D'E'F'G'H'$. De plus il a choisi de décorer uniquement les deux faces $A'B'C'D'$ et $B'F'G'C'$ en dessinant des carrés identiques dont chaque sommet est le milieu d'une arête et il n'a pas mis de bougie au fond de sa lanterne. La **figure 2 de l'annexe 2** est une représentation en perspective cavalière de la lanterne de Daniel.

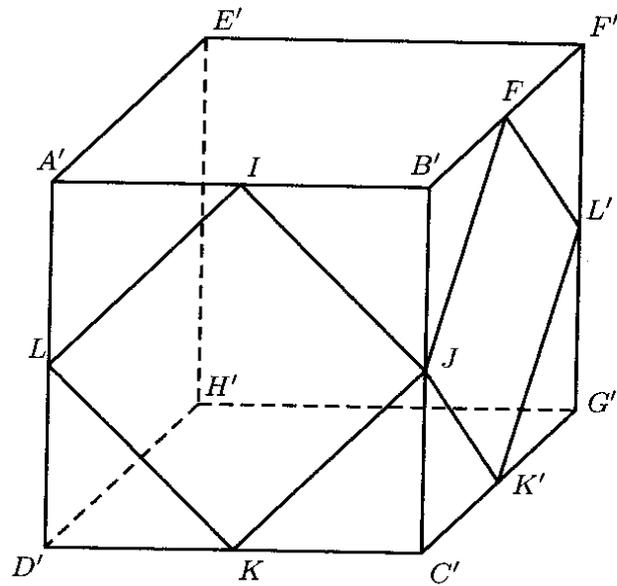
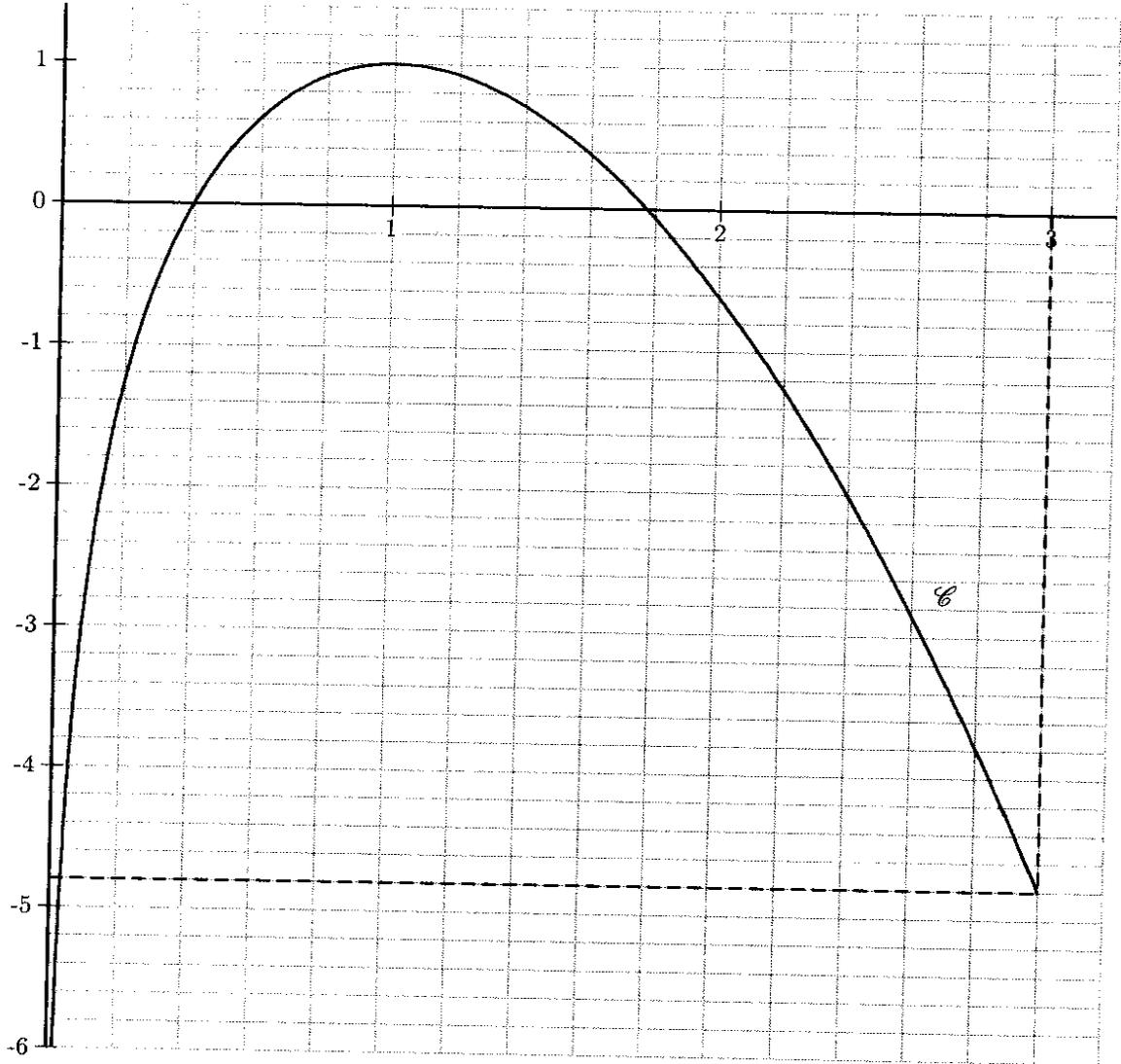


figure 2

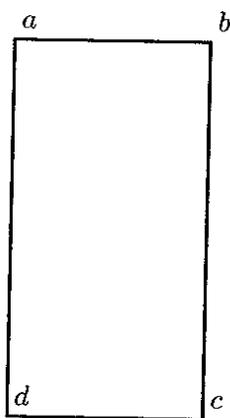
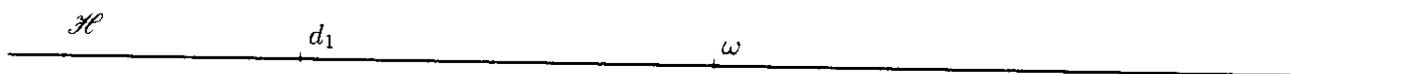
Le dessin n°2 de l'annexe 2 est la représentation de la lanterne de Daniel en perspective centrale, l'arête $[B'C']$ étant dans le plan frontal. On a tracé la ligne d'horizon \mathcal{H} .

Compléter le dessin n°2 de l'annexe 2 par une représentation des décorations de Daniel.

Exercise 2



ANNEXE 2 à compléter et à rendre avec la copie
Exercice 4
dessin 1



dessin 2

