Liban

Exercice 1

1) $\left(\mathrm{e}^x+1\right)\left(\mathrm{e}^x-2\right)=0$ équivaut à $\mathrm{e}^x-2=0$ car $\mathrm{e}^x+1>0$ pour tout réel x.

Donc $\left(\mathrm{e}^x+1\right)\left(\mathrm{e}^x-2\right)=0$ équivaut à $\mathrm{e}^x=2$, c'est-à-dire à $x=\ln(2)$.

La réponse correcte est donc la B.

2) $\mathrm{e}^x-1=0 \iff \mathrm{e}^x=1 \iff x=0$; $\mathrm{e}^x-1>0 \iff \mathrm{e}^x>1 \iff x>0$;
$\mathrm{e}^x-1<0 \iff \mathrm{e}^x<1 \iff x<0$. On en déduit le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	0		1	$+\infty$
e^x-1	$-$	0	$+$		$+$
$1-x$	$+$		$+$	0	$-$
$\left(\mathrm{e}^x-1\right)(1-x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Par suite, l'ensemble des solutions de cette inéquation est $[0\ ;\ 1]$.

La réponse correcte est donc la A.

3) On remarque que $f=uv$ où $u(x)=x^2+1$ et $v(x)=\mathrm{e}^x$.

Alors $f'=u'v+uv'$ où $u'(x)=2x$ et $v'(x)=\mathrm{e}^x$.

D'où $f'(x)=2x\mathrm{e}^x+\left(x^2+1\right)\mathrm{e}^x=\left(x^2+2x+1\right)\mathrm{e}^x=(x+1)^2\,\mathrm{e}^x$, pour tout réel x.

La réponse correcte est donc la B.

4) Soient a et b deux réels strictement positifs. $\mathrm{e}^{\ln(a)+\ln(b)}=\mathrm{e}^{\ln(a)}\times\mathrm{e}^{\ln(a)}=a\times b$.
La réponse correcte est donc la A.

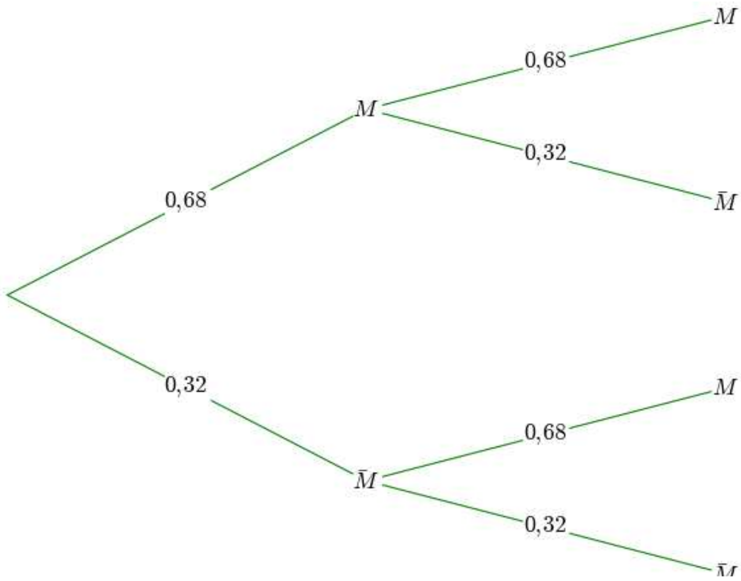
5) $u_n=2^n+2^{n+1}=2^n+2^n\times2^1=2^n\times(1+2)=3\times2^n$.
Alors $u_{n+1}=3\times2^{n+1}=3\times2^n\times2=2u_n$, pour tout entier naturel n.
Par suite, la suite (u_n) est la suite géométrique de premier terme $u_0=3$ et de raison $q=2$.
La réponse correcte est donc la B.

Exercice 2

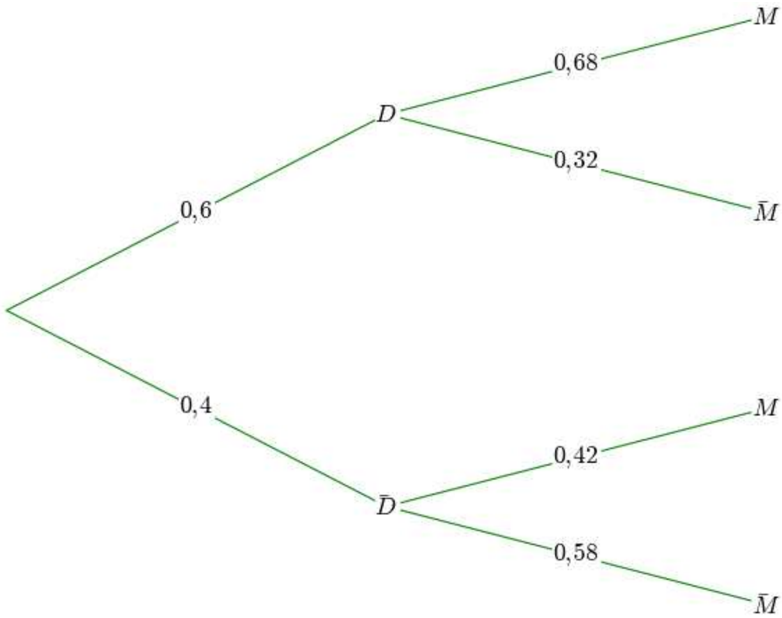
1) Soit M l'événement : « le joueur marque un panier ».

a) D'après l'arbre pondéré ci-dessous, $\boldsymbol{p_1}=p(M\cap M)=0,68\times0,68=\mathbf{0,4624}$.

b) D'après l'arbre pondéré ci-dessous, $\boldsymbol{p_2}=1-p\left(\overline{M}\cap\overline{M}\right)=1-0,32\times0,32=\mathbf{0,8976}$



2)



a) Comme le joueur joue 60 % de ses matchs à domicile, alors $\boldsymbol{p(D)=0,6}$.
Lorsque le joueur joue à domicile, il marque le panier sur 68 % de ses tirs ; alors $\boldsymbol{p_D(M)=0,68}$.

b) $\boldsymbol{p(M\cap D)}=p(D)\times p_D(M)=0,6\times 0,68=\mathbf{0,408}$.

c) $p(M)=p(M\cap D)+p\left(M\cap \overline{D}\right)=0,408+p\left(\overline{D}\right)\times p_{\overline{D}}(M)=0,408+0,4\times 0,42$.

Donc $\boldsymbol{p(M)=0,576}$.

d) On recherche $p_M(D)$. Or $p_M(D)=\dfrac{p(M\cap D)}{p(M)}=\dfrac{0,408}{0,576}\approx 0,708$.

Sachant que le joueur marque le panier, la probabilité qu'il joue à domicile est égale à 0,708.

Exercice 3

1) La lettre M a pour rang 12. Or $3\times 12+20=56$ et $56=26\times 2+4$, c'est-à-dire que le reste de la division euclidienne de 56 par 26 est 4, qui est le rang de la lettre E.
Ainsi **la lettre M est codée par la lettre E**.

2)

Lettre	M	A	T	H	S
Rang	12	0	19	7	18
Rang lettre codée	4	20	25	15	22
Lettre codée	E	U	Z	P	W

$3\times 0+20=20$ et $20=26\times 0+20$, c'est-à-dire que le reste de la division euclidienne de 20 par 26 est 20.

$3\times 7+20=41$ et $41=26\times 1+15$, c'est-à-dire que le reste de la division euclidienne de 41 par 26 est 15.

$3\times 18+20=74$ et $74=26\times 2+22$, c'est-à-dire que le reste de la division euclidienne de 74 par 26 est 22.

Donc **le mot « MATHS » est codé en « EUZPW »**.

3) Le rang de la lettre B est 1. Cherchons l'entier x tel que $3x+20\equiv 1\quad [\text{mod }26]$.

Or $3x+20\equiv 1\quad [\text{mod }26]$ équivaut à $3x\equiv -19\quad [\text{mod }26]$, c'est-à-dire à $\mathbf{3x\equiv 7\quad [mod\ 26]}$ car $-19=26\times(-1)+7$.

Par suite, $x=11$ car $3\times 11=33=26\times 1+7$. Donc **la lettre B est décodée en L**.

4)

Lettre	F	**A**	**C**	I	**L**	**E**
Rang	5	**0**	**2**	8	**11**	**4**
Rang lettre codée	9	20	0	18	1	6
Lettre codée	J	U	A	S	B	G

$3x+20\equiv 20\quad [\text{mod }26]$ équivaut à $3x\equiv 0\quad [\text{mod }26]$, c'est-à-dire à $x=0$.

$3x+20\equiv 0\quad [\text{mod }26]$ équivaut à $3x\equiv -20\quad [\text{mod }26]$, c'est-à-dire à $3x\equiv 6\quad [\text{mod }26]$ car $-20=26\times(-1)+6$. D'où $x=2$.

$3x+20\equiv 6\quad [\text{mod }26]$ équivaut à $3x\equiv -14\quad [\text{mod }26]$, c'est-à-dire à $3x\equiv 12\quad [\text{mod }26]$ car $-14=26\times(-1)+12$. D'où $x=4$.

Exercice 4

Figure 1

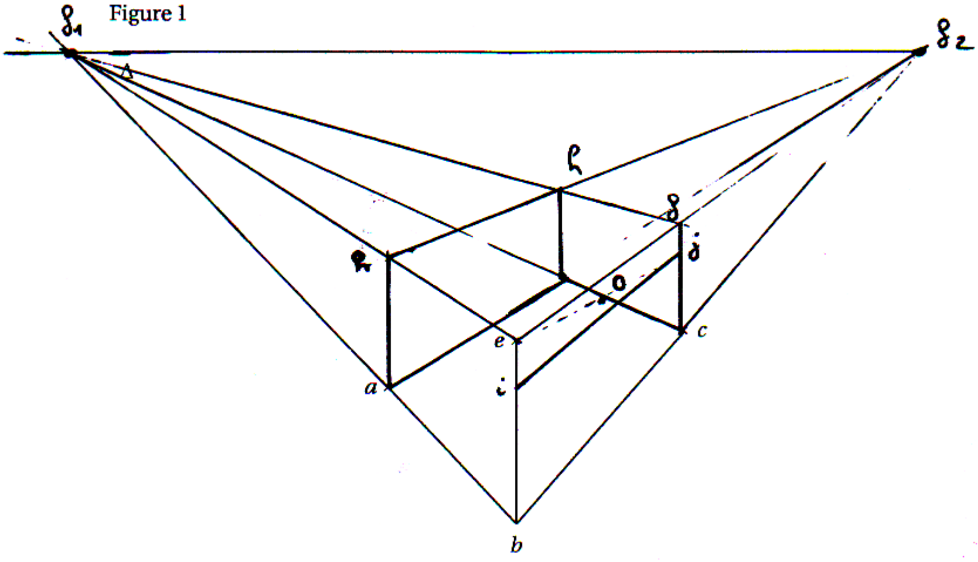


Figure 2