VARIATION D'UNE LONGUEUR : ÉTUDE D'UN EXTRÉMUM

Travaux pratiques et utilisation du logiciel GeoplanW

Terminale S

(O, A, B) est un repère orthonormal du plan. Le point M est un point quelconque du quart de cercle de centre o de rayon 1. La tangente en M au quart de cercle coupe l'axe des abscisses en le point I et l'axe des ordonnées en J. L'objectif du problème est d'étudier les variations de la longueur du segment [IJ] quand le point M décrit l'arc \widehat{AB} .



1. Réalisation de la figure à l'aide du logiciel Geoplan-Geospace :

a) Cliquer sur Fichier, Nouvelle figure du plan.



b) Cliquer sur le bouton 🕂.

c) Cliquer sur *Créer*, *Point*, *Point repéré*, *Dans le plan*. Une boîte de dialogue s'ouvre ; la remplir de la façon suivante :

Point repéré dans le plan	×
Abscisse: 1 Ordonnée: 0 Nom du point: A	B
Aide Annuler Ok	
$\pi \forall \overline{a} \underline{a} \mu() \overrightarrow{u} \overrightarrow{AB} \ \overrightarrow{u} \overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}$	

d) De façon analogue, créer le point B de coordonnées (0 ; 1).
e) Cliquer sur *Ligne*, *Cercle*, *Défini par son centre et un point*.
Une boîte de dialogue s'ouvre ; la remplir de la façon suivante :

Cercle défini par centre et point						
Nom du cent	re: 0					
Point du cercle: A R						
Nom du cerc	le: c1					
Aida	Annulor	01				

f) Cliquer sur le bouton **I**. Une fenêtre s'ouvre :



g) Cliquer sur *Créer*, *Ligne*, *Arc de cercle*, *Arc défini par extrémités et cercle*. Une boîte de dialogue s'ouvre ; la remplir de la façon suivante :

Arc (2 points sur cercle) 🛛 🗙					
Arc tracé dans	le sens	direct			
Nom du cercle:	c1				
Origine:	A				
Extrémité:	В	B			
Nom de l'arc:	с2	_			
Aide Anr	nuler	Ok			

h) Cliquer sur *Créer*, *Point*, *Point libre*, *Sur un arc*. Une boîte de dialogue s'ouvre ; la remplir de la façon suivante :

Point libre sur un arc	×
Nom de l'arc: <mark>C2</mark>	
Nom du point: M	
Aide Annuler	Ok

i) Cliquer sur *Créer*, *Ligne*, *Segment(s)*, *Définis par deux points*. Une boîte de dialogue s'ouvre ; la remplir de la façon suivante :

Segments	×
Noms des segments: OM	B
Aide Annuler Ok	

j) Cliquer sur *Créer*, *Ligne*, *Droite(s)*, *Perpendiculaire*.

Une boîte de dialogue s'ouvre ; la remplir de la façon suivante :

Perpendiculaire		×			
Droite passant par:	М				
et perpendiculaire à: OM					
Nom de la droite: d					
Aide Annuler	Ok				

En procédant de la même façon que précédemment, faire disparaître de l'écran cette droite *d*.

k) Cliquer sur Créer, Point, Intersection 2 droites.

Une boîte de dialogue s'ouvre ; la remplir de la façon suivante :

Intersection de droites	Þ	<
Première droite:	d	1
Deuxième droite:	0A <u>F</u>	<u> </u>
Point d'intersection:	-	
Aide Annule	r Ok	

I) En procédant de la même façon que précédemment, créer le point J, point d'intersection des droites d et oB.

m) Construire le segment [IJ].

n) Cliquer *Créer*, *Numérique*, *Calcul géométrique*, *Abscisse d'un point dans le plan*. Une boîte de dialogue s'ouvre ; la remplir de la façon suivante :

Abscisse d'un point	×
Nom du point: M Nom de l'abscisse: XM	R
Aide Annuler Ok	

o) Cliquer *Créer*, *Numérique*, *Calcul géométrique*, *Longueur d'un segment*. Une boîte de dialogue s'ouvre ; la remplir de la façon suivante :

Longueur d'un segment	×
Nom du segment: J	
Nom de la longueur:	I B
Aide Annuler	Ok

p) Cliquer sur *Créer*, *Affichage*, *Variable numérique déjà définie*. Une boîte de dialogue s'ouvre ; la remplir de la façon suivante :

Affichage de la valeur d'une variable numérique déjà définie	×
Nom de la variable numérique: xM Nombre de décimales (0 à 6): 2 R	
Nom de l'affichage: Af0	
Aide Annuler Ok	

q) De la même façon précédemment, faire afficher la longueur l.

r) Avec le bouton gauche de la souris, se positionner sur M et le rendre mobile.

2. Observations :

a) Quelles sont les valeurs que peut prendre x ?

b) Recopier et compléter le tableau suivant :

хM	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	
I								

c) Quelles sont les valeurs de la longueur l quand xM prend des valeurs très proches de 0, puis de 1 ?

d) Quelles semblent être les variations de IJ lorsque M décrit l'arc \widehat{AB} .

e) Observe-t-on une certaine symétrie ?

f) Quelle semble être la valeur minimale atteinte par la longueur IJ ? Pour quelle valeur de xM ? Où est alors le point M ? (on pourra affiner le tableau de valeurs... affichages à 6 décimales...).

g) Afficher l'aire du triangle olJ ; que remarque-t-on ? Pouvait-on prévoir ce résultat ?

h) Créer le point L ayant pour coordonnées (xM ; I).

i) Cliquer sur Afficher, Sélection trace. Une fenêtre s'ouvre :

🗖 Sélection trace 📃 🗖 🗙							
	Ok		Annuler		Aide		
A B C 1 C 2 M	point de coo point de coo cercle de c arc d'origi point libre	ordor ordor centr ine A sur	nnées (1,0 nnées (0,1 re o passa A et d'ext l'arc c _o)) nt ré	dans le re dans le re par A mité B sur	epê epê	ere R _{oxy} ere R _{oxy} Le cercle c ₁
Segment [oM] d droite perpendiculaire à (oM) passant par M I point d'intersection des droites d et (oA) J point d'intersection des droites d et (oB) Segment [IJ] L point de coordonnées (x.,1) dans le repère R							
				ĺ		-	оху

Cliquer sur cette ligne pour qu'elle apparaisse surlignée en bleu.

j) Cliquer sur le bouton , puis faire bouger le point M de B vers A. Que remarque-t-on ?