

DEVOIR MAISON N° 3

**Barycentres, lieux géométriques
et fonctions**

Pour le 12 octobre 2007

Soit trois points de l'espace A, B, C non alignés et soit t un réel de l'intervalle $[-1; 1]$.

On note G_t le barycentre du système $\{(A, t^2 + 1); (B, t); (C, -t)\}$.

Le but de cette partie est de déterminer le lieu des points G_t lorsque t décrit l'intervalle $[-1; 1]$.

1) Visualisation à l'aide du logiciel Geospace (que vous trouverez ici sur le site MATHOCPF (http://math.cpf.edu.lb/log_geom.html) ou sur le CD que je vous ai gravé).

a) Construire les points A, B, C, G_1 et G_{-1} .



Attention ! Le logiciel n'accepte pas la notation G_{-1} ; nommez donc ce point G' , par exemple)

b) Construire le point G_t puis visualiser l'ensemble des points G_t lorsque t décrit l'intervalle $[-1; 1]$.



- *D'abord, vous devez créer une variable numérique que vous nommerez t .*
- *Puis, faire afficher la variable numérique déjà définie t (avec 2 décimales)*
- *Et enfin, construire G_t (comme le logiciel n'accepte pas facilement la notation G_t , nommez alors ce point G).*

c) Quelle est la nature de l'ensemble précédent ?

2) Justification mathématique

a) Justifier, pour tout réel t de $[-1; 1]$ l'existence du point G_t .

b) Montrer que pour tout réel t de $[-1; 1]$, on a l'égalité : $\overrightarrow{AG_t} = \frac{-t}{t^2 + 1} \overrightarrow{BC}$.

c) Démontrer la conjecture faite avec le logiciel. On pourra utiliser les variations de la fonction f définie sur $[-1; 1]$ par $f(x) = \frac{-x}{x^2 + 1}$.

3) Prolongements

a) Déterminer l'ensemble (E) des points M de l'espace tels que :

$$\|2 \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|2 \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|.$$

b) Déterminer l'ensemble (F) des points M de l'espace tels que :

$$\|2 \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|2 \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|.$$