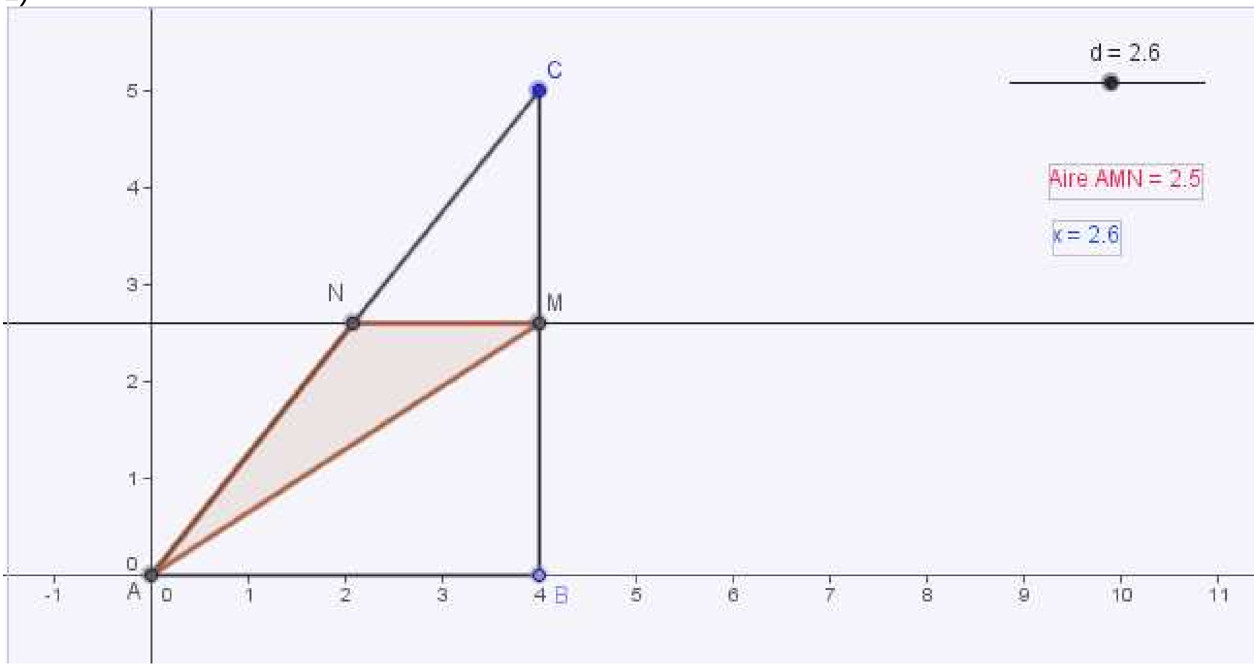
| CORRECTION DU DE L'INTERROGATION N° 2 | |
|---|---|
| ***Optimisation d'une aire*** | ***Le 12 décembre 2007*** |

1)




2) **Il semble que l'aire $\mathscr{A}(x)$ semble maximale lorsque $x = 2{,}5$** .

3) a) $M$ est point du segment $[BC]$ ; d'où $0 \leq BM \leq BC$ .

Alors $x$ **appartient à l'intervalle $[0\ ;\ 5]$** .

b) $\mathscr{A}(x) = \dfrac{MN \times BM}{2}$ . On sait que : $BM = x$ .

De plus, les droites $(NM)$ et $(AB)$ sont parallèles entre elles. De plus, les points $C, N, A$ d'une part, et $C, M, B$ d'autre part sont alignés dans le même ordre. D'après le théorème de Thalès, on en déduit que :

$$\frac{CN}{CA} = \frac{CM}{CB} = \frac{NM}{AB}.$$

Or $CM = CB - MB = 5 - x$ (car $M \in [BC]$), alors $NM = \dfrac{CM}{CB} \times AB$ .

D'où : $NM = \dfrac{5-x}{5} \times 4$ . On en déduit que : $\mathscr{A}(x) = \dfrac{\left(\dfrac{5-x}{5} \times 4\right) \times x}{2} = \dfrac{2x(5-x)}{5} = -\dfrac{2}{5}x^2 + 2x$ .

Par conséquent, **$\mathscr{A}(x) = -\dfrac{2}{5}x^2 + 2x$ , pour tout $x$ de $[0\ ;\ 5]$**.

c) $\mathscr{A}(x)$ est un trinôme du second degré. Comme le coefficient de $x^2$ est négatif, alors la courbe représentative de $\mathscr{A}$ a ses « branches tournées » vers le bas.

$\mathscr{A}$ admet alors un maximum en $x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-2}{-\frac{4}{5}} = \mathbf{\dfrac{5}{2}}$ .

C. Lainé