

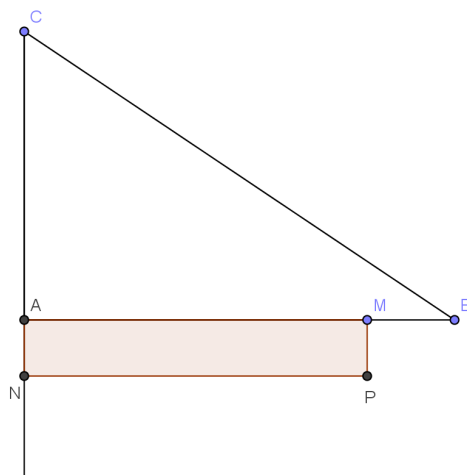
## DEVOIR MAISON N° 2

*Aire maximale d'un rectangle*

*Pour le 6 octobre 2008*

Soit un triangle  $ABC$  rectangle en  $A$  tel que  $AB = 6$  et  $AC = 4$ .

Pour tout  $x$  de  $[0 ; 6]$ , on place le point  $M$  de  $[AB]$  tel que  $AM = x$  et le point  $N$  de  $[CA]$  tel que  $CN = x$ . Soit  $P$  le point tel que  $AMPN$  soit un rectangle. Le but de l'exercice est de déterminer le nombre de points  $M$  pour lesquels l'aire de ce rectangle est égale à  $2 \text{ cm}^2$ .



### Partie 1 : Utilisation du logiciel GeoGebra pour construire la figure

#### Étape 1

Construction des points  $A, B, C$  et  $M$  :



- On prendra des points de coordonnées fixées pour se faciliter le travail.
- Dans le champ de saisie  , écrire  $A=(0,0)$  puis valider par la touche **Entrée**.
- Faire de même avec les points  $B$  et  $C$  de coordonnées respectives  $(6,0)$  et  $(0,4)$ .
- Construire les trois côtés du triangle  $ABC$  et enfin  $M$ .

#### Étape 2

Construction du point  $N$  :




- Construire la demi-droite  $[CA)$ .
- Construire le cercle de centre  $C$  et de rayon  $AM$ , puis le point  $N$ .

#### Étape 3

Construction du point  $P$  et du rectangle  $AMPN$  :



- Créer le vecteur  $\overline{AM}$ . Pour cela, vous disposez de deux méthodes : soit en utilisant l'icône , soit en écrivant  $u=\text{vecteur}[A,M]$  dans le champ de saisie.
- Tracer le rectangle  $AMPN$ .

#### Étape 4

Affichage des valeurs de  $x$  et de l'aire du rectangle  $AMPN$  :



- Utiliser l'icône  pour l'affichage de  $x$ , et l'icône  pour l'aire.

## Partie 2 : Justification mathématique

1) a) Justifier que  $AN = |4 - x|$ .

b) Montrer que l'aire  $\mathcal{A}_b(x)$  du rectangle  $AMPN$  est égale à  $|x(4 - x)|$ , puis que

$$\mathcal{A}_b(x) = |-(x - 2)^2 + 4|.$$

2) Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0 ; 6]$  par  $f(x) = -(x - 2)^2 + 4$ .

a) Montrer que  $f$  est croissante sur  $[0 ; 2]$ , puis décroissante sur  $[4 ; 6]$ .

b) Construire la courbe  $(C_f)$ , représentative de la fonction  $f$ , dans un repère orthonormal  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ .

c) En déduire la représentation graphique de la fonction  $\mathcal{A}_b$  définie sur  $[0 ; 6]$  par

$$\mathcal{A}_b(x) = |-(x - 2)^2 + 4|.$$

3) Déterminer graphiquement le nombre de points  $M$ , et les valeurs de  $x$  correspondantes, pour lesquels l'aire du rectangle  $AMPN$  est égale à  $2 \text{ cm}^2$ .