SUITES

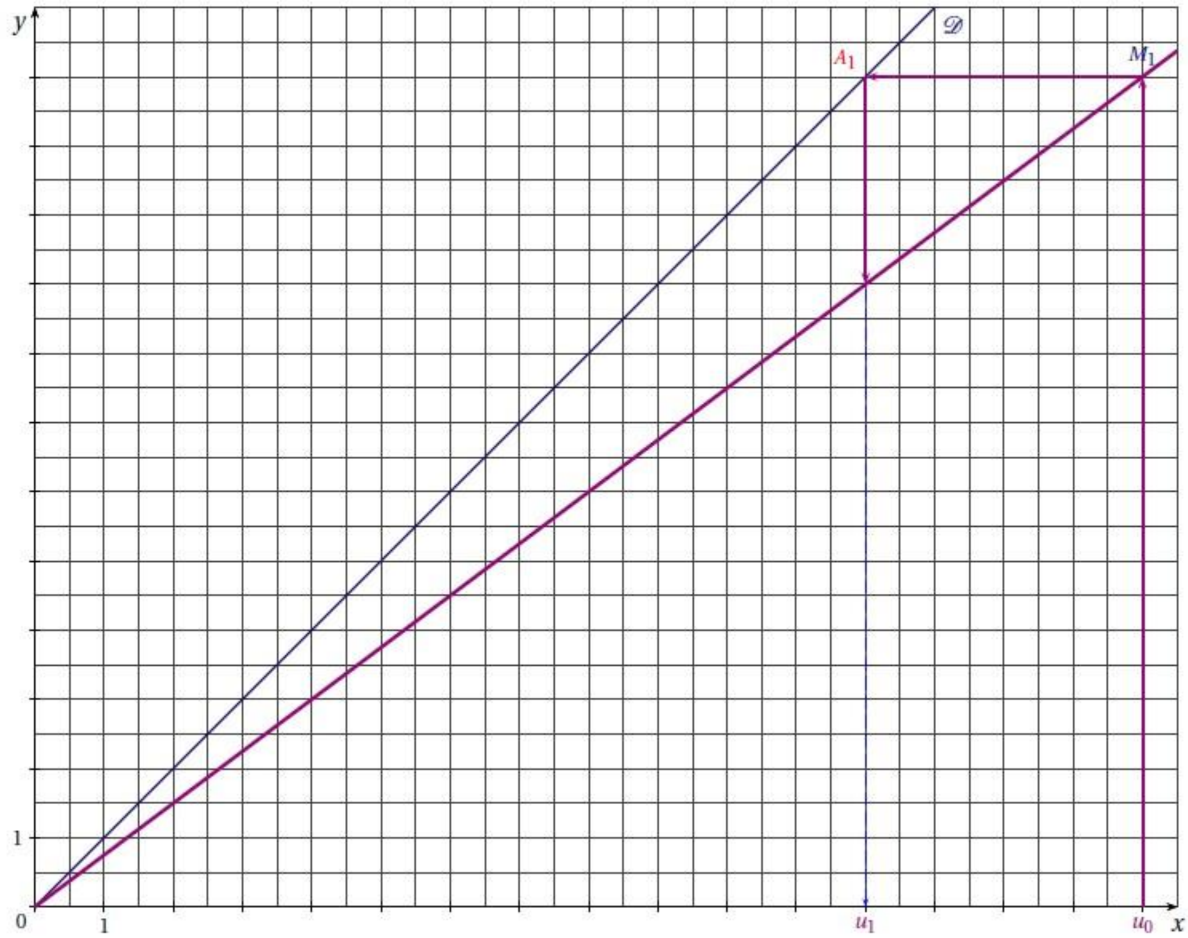
Fiche d'exercices	Terminale ES/L

Exercice 1

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 16$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}75 \times u_n$.

PARTIE A

1. a) Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
   b) Exprimer, pour tout entier naturel n, u_n en fonction de n.
   c) Étudier la monotonie de la suite (u_n).
2. On a tracé ci-dessous dans un repère orthonormé, la courbe représentative de la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = 0{,}75x$ et la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = x$.



   a) Construire sur le graphique les termes de la suite $u_2, u_3, \cdots, u_{10}$.
   b) Que peut-on conjecturer à propos de la limite de la suite (u_n) ?
3. On considère l'algorithme suivant :

$N \leftarrow 0$
$U \leftarrow 16$
Tant que $U > 0{,}01$
    $U \leftarrow 0{,}75 \times U$
    $N \leftarrow N + 1$
Fin Tant que

Que représente pour la suite (u_n) la valeur finale de la variable N calculée par cet algorithme ?

PARTIE B

On note S_n la somme des $n+1$ premiers termes de la suite u_n :

$$S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n.$$

1. Calculer S_4.
2. Recopier et compléter l'algorithme suivant pour qu'il calcule la valeur de la somme S_n pour un entier donné.

```
U ← ...
S ← ...
Pour I allant de 1 à N
    U ← ...
    S ← ...
Fin Pour
```

3. a) Montrer que pour tout entier n, $S_n = 64\left(1 - 0{,}75^{n+1}\right)$.
   b) Vers quel réel tend S_n quand n tend vers $+\infty$?

Exercice 2

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 5500$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}68 \times u_n + 3560$.

1. a) Utiliser les droites d'équations $y = x$ et $y = 0{,}68x + 3560$ pour construire les quatre premiers termes de la suite (u_n).

   Conjecturer le sens de variation de la suite (u_n) ainsi que la limite de la suite (u_n).

   b) Donner une interprétation de la valeur finale de la variable k calculée par l'algorithme suivant :

```
A ← 5500
k ← 0
Tant que A < 11000
    k ← k + 1
    A ← 0,68 × A + 3560
Fin Tant que
```

2. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 11125$.
   a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
   b) Exprimer, pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.
   En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 11125 - 5625 \times 0{,}68^n$.
   c) La suite (u_n) est-elle convergente ?

PARTIE B

Une revue spécialisée est diffusée uniquement par abonnement.
Une étude statistique a permis de constater que d'une année sur l'autre, 32% des abonnés ne renouvellent pas leur abonnement et 3 560 nouvelles personnes souscrivent un abonnement.
En 2015, il y avait 5 500 abonnés à cette revue.

1. Donner une estimation du nombre d'abonnés à cette revue en 2017.
2. Pour tout nombre entier naturel n, on note u_n le nombre d'abonnés à la revue l'année $2015 + n$.
   Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
3. a) Selon ce modèle, est-il possible d'envisager une diffusion supérieure à 12 000 abonnés ?
   b) À l'aide de la calculatrice, déterminer l'année à partir de laquelle le nombre d'abonnés à la revue sera supérieur à 11 000.