CONVEXITE

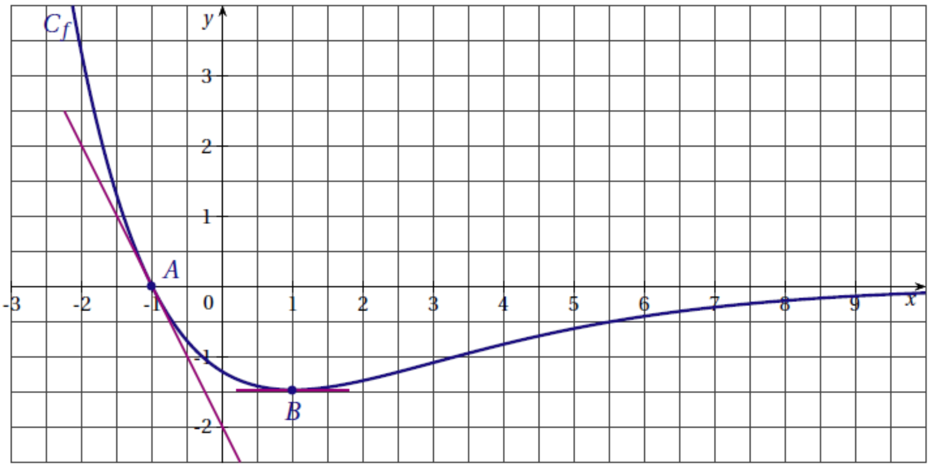
Cours	Terminale ES/L

Exercice 1

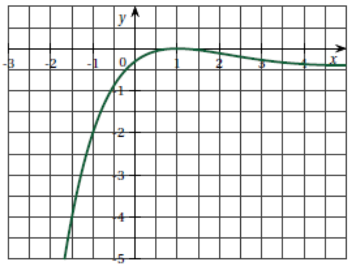
La courbe C_f ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. On sait que :

— la courbe coupe l'axe des abscisses au point A et la tangente à la courbe au point A passe par le point de coordonnées $(0; -2)$;

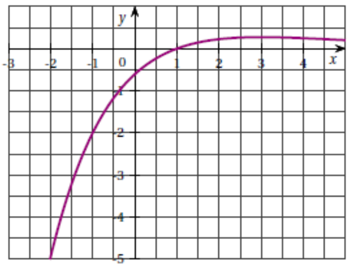
— la courbe admet au point B d'abscisse 1 une tangente parallèle à l'axe des abscisses;



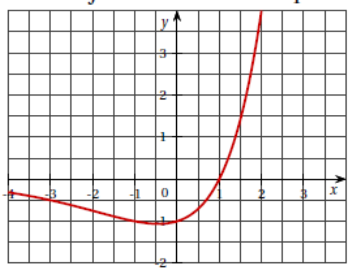
1. À partir du graphique et des renseignements fournis, déterminer $f'(-1)$ et $f'(1)$.
2. Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f' . Déterminer laquelle.



courbe C_1



courbe C_2



courbe C_3

Exercice 2

Soit f une fonction dérivable sur chacun des intervalles où elle est définie. Le tableau des variations de la fonction f est donné ci-dessous :

x	-3		1		5		$+\infty$
$f(x)$	$\Vert$ $-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1 $\Vert$ $+\infty$	$\searrow$	-1

1. a) La fonction f est-elle continue sur $]-3; +\infty[$?
   b) Donner deux intervalles où f est continue mais pas monotone.
   c) Donner deux intervalles où f est continue et strictement monotone.
2. a) Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$.
   b) L'équation $f(x) = 1$ admet-elle une solution unique?

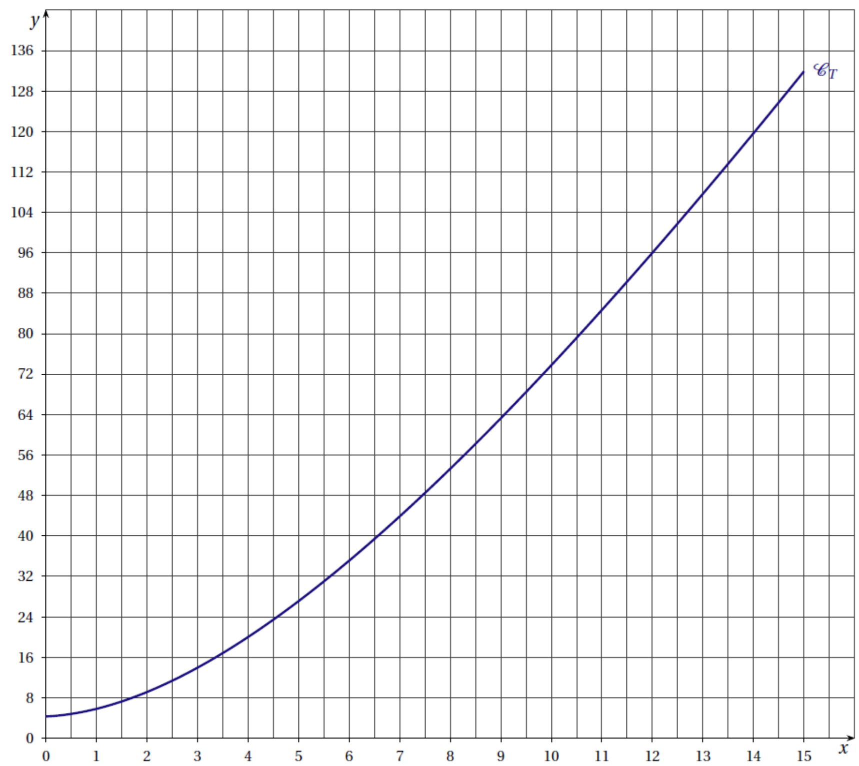
C. Lainé

3. On note f' la dérivée de la fonction f. Pour chacune des affirmations ci-dessous, dire si elle est vraie ou si elle est fausse.
   a) L'équation $f'(x) = 0$ n'a pas de solution sur $]5; +\infty[$
   b) $f'(-2) \times f'(0) \leqslant 0$
   c) $f'(-2) \times f'(3) \leqslant 0$

Exercice 3

Une entreprise fabrique et commercialise un certain produit. Sa capacité de production mensuelle est inférieure à 15 000 articles.
Soit x le nombre de milliers d'articles fabriqués chaque mois; le coût de production exprimé en milliers d'euros est modélisé par la fonction C définie pour tout x élément de l'intervalle $[0;15]$ par $C(x) = \dfrac{16x^2+11x+60}{x+14}$.
La courbe représentative de la fonction C, notée $\mathscr{C}_T$, est donnée en annexe ci-dessous.

1. Chaque article est vendu 8€, la recette mensuelle exprimée en milliers d'euros est donnée par $R(x) = 8x$
   a) Tracer sur le graphique joint en annexe, la courbe $\mathscr{D}$ représentative de la fonction R.
   b) Par lecture graphique :
      — les valeurs approximatives des bornes de l'intervalle dans lequel doit se situer la production x pour que l'entreprise réalise un bénéfice positif;
      — la production x_0 pour laquelle le bénéfice est maximal.
2. Le bénéfice mensuel exprimé en milliers d'euros est modélisé par la fonction B définie sur l'intervalle $[0;15]$ par $B(x) = R(x) - C(x)$.
   a) Calculer le montant en euros, du bénéfice si l'entreprise fabrique et vend 6000 articles un mois donné.
   b) Montrer que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0;15]$ on a $B'(x) = \dfrac{-8x^2 - 224x + 1474}{(x+14)^2}$.
   c) Étudier les variations de la fonction B.
   d) En déduire le nombre d'articles qu'il faut fabriquer et vendre chaque mois pour obtenir un bénéfice maximal. Quel est le montant en euro, de ce bénéfice maximal?
3. Le coût marginal de fabrication pour une production de x milliers d'articles est donné par $C'(x)$ où C' est la dérivée de la fonction C.
   Vérifier que si le bénéfice est maximal alors le coût marginal est égal au prix de vente d'un article.



C. Lainé