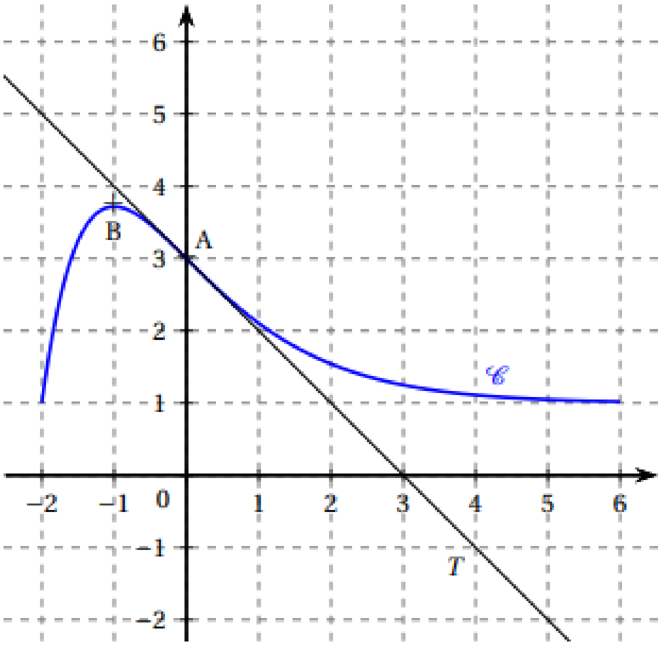
## Exercice 1

On considère la fonction $f$ définie et dérivable sur $[-2\,;6]$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}$ est donnée ci-dessous.
Le point A de coordonnées $(0\,;3)$ est l'unique point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}$ sur l'intervalle $[-2\,;6]$.
La droite $T$ est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A.
La courbe $\mathscr{C}$ admet une tangente horizontale au point B d'abscisse $-1$.




**Partie A**

En utilisant le graphique, répondre aux questions suivantes :

1. Déterminer $f(0)$.
2. Déterminer $f'(0)$. En déduire une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A.
3. Déterminer le signe de $f'$ sur $[-2\,;6]$.
4. Donner la convexité de $f$ sur $[-2\,;6]$.
5. Donner un encadrement par deux entiers consécutifs de $I = \displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$.

**Partie B**

La fonction $f$ est définie par $f(x) = (x+2)\,\mathrm{e}^{-x} + 1$ pour tout $x \in [-2\,;6]$.

1. Déterminer la valeur exacte de $f(6)$ puis en donner la valeur arrondie au centième.
2. Montrer que, pour tout $x \in [-2\,;6]$, $f'(x) = (-x-1)\,\mathrm{e}^{-x}$.
3. Étudier le signe de $f'$ sur $[-2\,;6]$ puis donner le tableau des variations de $f$ sur $[-2\,;6]$.
4. Un logiciel de calcul formel donne l'information suivante :

| |
|---|
| `Dériver` $\left((-x-3)\,\mathrm{e}^{-x}\right)$ |
| $(x+2)\,\mathrm{e}^{-x}$ |

   a. Déterminer une primitive de $f$ sur $[-2\,;6]$.
   b. Calculer la valeur moyenne de $f$ sur $[-1\,;0]$. On donnera sa valeur exacte puis sa valeur arrondie au dixième.



C. Lainé

## Exercice 2

Une entreprise vend des voitures télécommandées. La vente mensuelle varie entre 1 000 et 5 000 voitures.
Une étude montre que la recette mensuelle totale de l'entreprise est de 70 000 euros lorsqu'elle vend 1 000 voitures.
On note $r(x)$ la recette mensuelle réalisée par l'entreprise, exprimée en dizaine de milliers d'euros, pour la vente de $x$ milliers de voitures.

1. Donner $r(1)$.
2. On admet que, pour tout $x \in [1\ ;\ 5]$, la recette mensuelle est modélisée par :

$$r(x) = 6 + x + 2\ln(x).$$

   **a.** Montrer que, pour tout $x \in [1\ ;\ 5]$,

$$r'(x) = \frac{x+2}{x}$$

   **b.** Étudier les variations de $r$ sur l'intervalle $[1\ ;\ 5]$.

3. **a.** Justifier que l'équation $r(x) = 10$ admet une unique solution $\alpha$ dans l'intervalle $[1\ ;\ 5]$, puis donner une valeur approchée de $\alpha$ au millième.

   **b.** Déterminer le nombre minimal de voitures télécommandées vendues à partir duquel l'entreprise réalise une recette supérieure à 100 000 euros.

4. **a.** Soit $g$ la fonction définie pour tout $x \in [1\ ;\ 5]$ par $g(x) = 2\ln(x)$.
   Montrer que la fonction $G$ définie pour tout $x \in [1\ ;\ 5]$ par

$$G(x) = 2x[\ln(x) - 1]$$

   est une primitive de la fonction $g$.

   **b.** En déduire une primitive $R$ de la fonction $r$ sur l'intervalle $[1\ ;\ 5]$.

   **c.** Donner une valeur approchée à la dizaine d'euros de la valeur moyenne de la recette totale lorsque l'entreprise vend entre 2 000 et 4 000 voitures télécommandées.