DEVOIR SURVEILLÉ N° 1

Suites	*Le 24 septembre 2019*

Le plus grand soin doit être apporté aux calculs et à la rédaction.
Soulignez ou encadrez vos résultats.

Exercice 1 (3 *points*)

Les suites suivantes sont-elles géométriques ?
Si oui, déterminer la raison et le terme initial de la suite. Si non, expliquer pourquoi.

1) La suite (u_n) est définie pour tout n de $\mathbb{N}$ par : $u_n = 3 \times 4^n$.

2) La suite (v_n) est définie pour tout n de $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} v_{n+1} = \frac{1}{5} v_n + 13 \\ v_0 = 10 \end{cases}$.

Exercice 2 (3 *points*)

Soit (w_n) la suite géométrique de premier terme $w_0 = 60$ et de raison 0,88.

1) Exprimer w_{n+1} en fonction de w_n, puis w_n en fonction de n.
2) Soit $S = w_0 + w_1 + w_2 + \ldots + w_{25}$.
Déterminer une valeur approchée de S arrondie à 10^{-2} près.

Exercice 3 (3 *points*)

Calculer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{n \to +\infty} (0,72)^n$; 2) $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\frac{11}{5}\right)^n$.

Exercice 4 (11 *points*)

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 9$, et pour tout n de $\mathbb{N}$ par : $u_{n+1} = \frac{1}{4} u_n + 3$.

1) Le plan est muni d'un repère orthonormé (on prendra 1 cm comme unité).
   a) Construire les droites d'équations $y = \frac{1}{4}x + 3$ et $y = x$ dans le repère de la page suivante.
   b) En déduire la construction de u_0, u_1, u_2 et u_3 sur l'axe des abscisses.
2) Calculer les valeurs exactes de u_1, u_2 et u_3.
3) Soit (v_n) la suite définie pour tout n de $\mathbb{N}$ par : $v_n = u_n - 4$.
   a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
   b) Déterminer v_n en fonction de n.
   c) En déduire que, pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n = 5\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$.
   d) Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).

4) On donne l'algorithme suivant :

U ← 9
N ← 0

Tant que U ⩾ A
U ← $\frac{1}{4}$U + 3
N ← N + 1
Fin TantQue

a) Faire tourner l'algorithme à la main pour A = 4,05 en remplissant les cases nécessaires du tableau suivant.

U	9									
N	0									

Quel résultat va-t-il afficher ?
b) *Généralisation* : Pour un A donné, qu'affiche cet algorithme ?