BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2009

MATHÉMATIQUES

- Série ES -

ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 5

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées, conformément à la réglementation en vigueur.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Le sujet comporte une annexe à remettre avec la copie.
Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 5 pages numérotées de 1 à 5.

EXERCICE 1 (4 points)

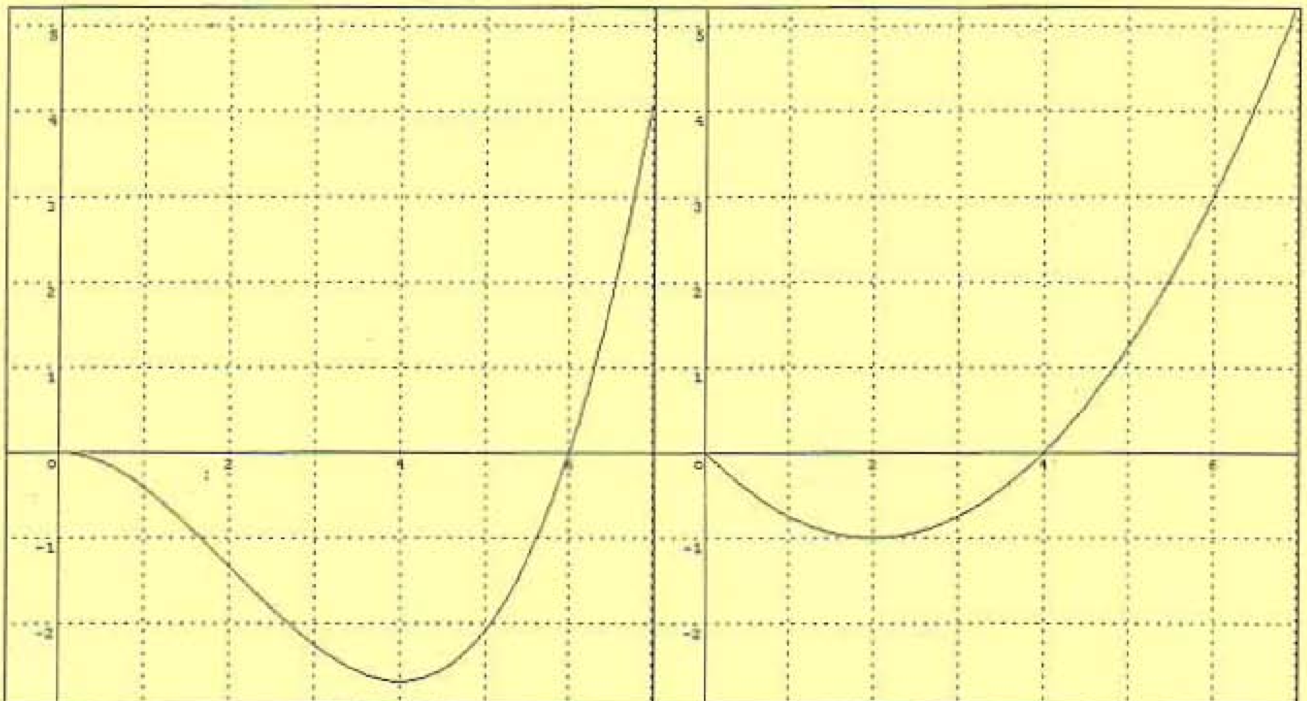
Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B *ou* C *est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse inexacte enlève 0,5 point. L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note est ramenée à 0.*

1) Dans **R**, l'équation $\ln(x+4)+\ln(x-2)=\ln(2x+1)$

A : n'a pas de solution.
B : admet exactement une solution.
C : admet exactement deux solutions.

2) On connaît la représentation graphique de deux fonctions f et g définies sur l'intervalle [0 ; 7]



fonction f | fonction g

A : Les fonctions f et g ont le même sens de variation sur l'intervalle [0 ;7].
B : La fonction f est la dérivée de la fonction g.
C : La fonction f est une primitive de la fonction g.

3) On sait que f est une fonction strictement positive sur **R** et que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$.

A : $\lim\limits_{x\to-\infty} \ln(f(x))=1$.
B : La limite de $\ln(f)$ en $-\infty$ n'existe pas.
C : $\lim\limits_{x\to-\infty} \ln(f(x))=-\infty$.

4) L'intégrale $\int_{-1}^{0} e^{-x}dx$ est égale à :

A : $e-1$.
B : $1-e$.
C : $1+e$.

EXERCICE 2 (5 points)

Commun à tous les candidats

Un magasin de vêtements démarqués a reçu un lot important de chemisiers en coton. Le propriétaire du magasin constate que les chemisiers peuvent présenter deux types de défauts : un défaut de coloris ou un bouton manquant. Il note aussi que :

- 4 % de ces chemisiers présentent un défaut de coloris,
- 3 % des chemisiers ont un bouton manquant,
- 2 % des chemisiers ont à la fois un défaut de coloris et un bouton manquant.

Une cliente prend au hasard un chemisier dans le lot. On considère les événements suivants :

B : " le chemisier a un bouton manquant ",
C : " le chemisier présente un défaut de coloris ".

1) Calculer la probabilité des événements suivants :

D : " cette cliente prend un chemisier ayant au moins un défaut ",
E : " cette cliente prend un chemisier ayant un seul défaut ",
F : " cette cliente prend un chemisier sans défaut ".

2) On sait que le chemisier qui intéresse la cliente présente un défaut de coloris.
Quelle est la probabilité qu'il manque un bouton à ce chemisier ?

3) Une autre cliente prend au hasard deux chemisiers dans le lot. Ces choix peuvent être assimilés à un tirage au hasard avec remise dans le lot de chemisiers.
Quelle est la probabilité que sur les deux chemisiers choisis, un seul ait un bouton manquant ?

4) Le propriétaire du magasin vend un chemisier sans défaut 40 euros, il fait une remise de 20 % si le chemisier a un seul défaut, et de 50 % s'il a les deux défauts.

a) Établir la loi de probabilité du prix de vente en euros, noté X, d'un chemisier.

b) Quel chiffre d'affaires le propriétaire peut-il espérer faire sur la vente de cent chemisiers ?

EXERCICE 3 **(6 points)**

Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x)=10+(x-3)e^{x}$.

1) a) Déterminer la limite de f en $+\infty$.

b) Démontrer que $f'(x)=(x-2)e^{x}$ et étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0;+\infty[$.

c) Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[0;+\infty[$.

d) En déduire le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[0;+\infty[$.

2) a) Démontrer que la fonction $G : x \mapsto (x-4)e^{x}$ est une primitive sur $[0;+\infty[$ de la fonction $g : x \mapsto (x-3)e^{x}$.

b) En déduire une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[0;+\infty[$.

c) Étudier le sens de variation de F sur l'intervalle $[0;+\infty[$.

Partie B

Une entreprise fabrique x tonnes d'un certain produit, avec $x \in [0;4]$. Le coût marginal de fabrication pour une production de x tonnes est donné par $f(x)$ exprimé en **milliers d'euros**, où f est la fonction définie dans la **partie A**.

1) Les coûts fixes de l'entreprise s'élèvent à 20 000 euros. On assimile le coût total C à une primitive du coût marginal.
En utilisant les résultats de la question **A.2)**, déterminer le coût total de fabrication $C(x)$, exprimé en milliers d'euros.

2) L'entreprise désire adapter sa production pour atteindre un coût marginal de 11 292 euros.

a) En utilisant la partie A, démontrer qu'il est possible d'atteindre un coût marginal de 11 292 euros. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

b) Déterminer la production correspondante, à 10 kg près.

c) Quel est alors le coût moyen de fabrication ?

On rappelle que le quotient $\dfrac{C(x)}{x}$ est appelé coût moyen de fabrication pour une production de x tonnes de produit.

EXERCICE 4 (5 points)

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la production d'énergie d'origine éolienne en France, exprimée en milliers de tonnes d'équivalent pétrole (Ktep) :

Année	2000	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année x_i	0	2	3	4	5	6	7
Production y_i	7	23	34	51	83	188	348

Source : Insee avril 2008

1) a) Calculer le pourcentage d'augmentation de la production entre 2000 et 2007.

b) Justifier que le pourcentage d'augmentation annuel moyen de la production entre 2000 et 2007 est 74,72 %, valeur arrondie au centième.

c) En utilisant ce pourcentage d'augmentation annuel moyen de 74,72 %, déterminer la valeur obtenue en partant de l'année 2000 pour la production d'énergie d'origine éolienne en 2005 ? On donnera la valeur arrondie à l'unité.
Quel est le pourcentage d'erreur par rapport à la valeur réelle ?

2) Dans cette question, on se propose de réaliser un ajustement de type exponentiel.
On pose $z = \ln y$.

a) Recopier et compléter le tableau suivant. Les résultats seront arrondis au centième.

x_i	0	2	3	4	5	6	7
$z_i=\ln y_i$							

b) Déterminer l'équation réduite de la droite de régression de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés à l'aide de la calculatrice ; les résultats seront arrondis au centième.

c) En déduire que : $y = 6{,}82 \times 1{,}72^x$, les résultats étant arrondis au centième.

d) En utilisant cet ajustement, déterminer la valeur arrondie à l'unité obtenue pour 2005.

3) On a représenté le nuage de points $(x_i ; y_i)$ ainsi que l'ajustement précédent dans un repère semi-logarithmique donné en annexe.

a) À l'aide du graphique, estimer la production pour l'année 2009. Placer le point correspondant sur le graphique.

b) À l'aide du graphique, déterminer à partir de quelle année la production de 2007 sera multipliée par dix. On mettra en évidence sur le graphique tout tracé utile pour la réponse.

Annexe

(À remettre avec la copie)

Exercice 4