

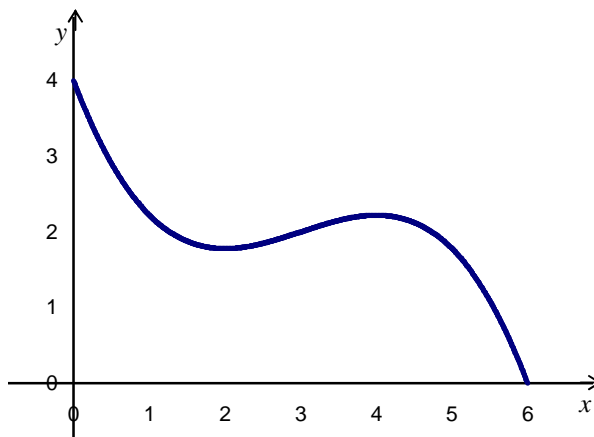
1 EXERCICE 1 (3 points) **COMMUN À TOUS LES CANDIDATS**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des trois questions, trois réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient.

Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier la réponse que vous jugez convenir, sans justifier votre choix.

Barème : Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse inexacte ou une question sans réponse ne rapporte et n'enlève aucun point.

1) Voici la courbe représentative d'une fonction f sur l'intervalle $[0 ; 6[$.



Sur l'intervalle $[0 ; 6[$, la fonction composée $x \rightarrow \ln[f(x)]$

- est strictement croissante.
- a les mêmes variations que f .
- a les variations contraires de celles de f .

2) Soit g la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = 4x - 21 \ln x$.

Dans un repère, une équation de la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 1 est :

- $y = 2x + 2$
- $y = 4x - 2$
- $y = 2x + 6$.

3) L'ensemble des solutions de l'équation $2 \ln x = \ln(2x + 3)$ est :

- l'ensemble vide
- $\{-1 ; 3\}$
- $\{3\}$

EXERCICE 2 (5 points) **CANDIDATS N'AYANT PAS SUIVI L'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ**

Dans un village de vacances, trois stages sont proposés aux adultes et aux enfants. Ils ont lieu dans la même plage horaire ; leurs thèmes sont : la magie, le théâtre et la photo numérique.

150 personnes dont 90 adultes se sont inscrites à l'un de ces stages. Parmi les 150 personnes inscrites, on relève que :

- la magie a été choisie par la moitié des enfants et 20% des adultes ;
- 27 adultes ont opté pour la photo numérique ainsi que 10% des enfants.

1. Recopier et compléter le tableau suivant

	Magie	Théâtre	Photo numérique	Total
Adultes				
Enfants				
Total				150

On appelle au hasard une personne qui s'est inscrite à un stage. On pourra utiliser les notations suivantes

- A l'évènement « la personne appelée est un adulte » ;
- M l'évènement « la personne appelée a choisi la magie » ;
- T l'évènement « la personne appelée a choisi le théâtre » ;
- N l'évènement « la personne appelée a choisi la photo numérique ».

2. a) Quelle est la probabilité que la personne appelée soit un enfant ?
b) Quelle est la probabilité que la personne appelée ait choisi la photo sachant que c'est un adulte ?
c) Quelle est la probabilité que la personne appelée soit un adulte ayant choisi le théâtre ?
3. Montrer que la probabilité que la personne appelée ait choisi la magie est 0,32.
4. Le directeur du village désigne une personne ayant choisi la magie. Il dit qu'il y a deux chances sur trois pour que ce soit un enfant. A-t-il raison ? Justifier votre réponse.
5. On choisit, parmi les personnes qui désirent suivre un stage, trois personnes au hasard. On assimile ce choix à un tirage avec remise.
Quelle est la probabilité qu'une seule personne ait choisi la magie (*on donnera une valeur arrondie au centième*)

EXERCICE 2 (5 points)**CANDIDATS AYANT SUIVI L'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ**

Une entreprise fabrique des savons et des bougies parfumées en quantités respectives x et y exprimées en tonnes.

Le coût total de production z , exprimé en milliers d'euros, est donné par la relation $z = 2x^2 - 8x + y^2 - 6y + 18$ avec $x \in [0;6]$ et $y \in [0;8]$

1. La surface S représentant le coût en fonction de x et de y dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est donnée sur la feuille annexe 1, figure 1. L'annexe 1 sera rendue complétée avec la copie.
 - a) Le point $A(3; 2; 3)$ appartient-il à la surface S ? Justifier.
 - b) Placer, sur la figure 1, le point B d'abscisse 5 et d'ordonnée 2 qui appartient à S .
 - c) Soit $y = 2$. Exprimer alors z sous la forme $z = f(x)$ puis donner la nature de la section de la surface S par le plan d'équation $y = 2$ en justifiant.
2. La fabrication de x tonnes de savons et de y tonnes de bougies parfumées engendre la contrainte : $x + y = 5$.
 - a) Quelle est la nature de l'ensemble des points de l'espace dont les coordonnées vérifient $x + y = 5$?
 - b) Vérifier que, sous la contrainte $x + y = 5$, z peut s'écrire sous la forme $z = g(x)$ avec $g(x) = 3x^2 - 12x + 13$.
 - c) Déterminer la valeur de x pour laquelle g admet un minimum puis la valeur de y et le coût de production z qui correspondent.
On note C le point de la surface S qui correspond à ce coût minimum.
 - d) On donne sur la feuille annexe 1, figure 2, la projection orthogonale de la surface S sur le plan (xOy) (« vue de dessus de la surface S »).
Construire sur cette figure 2, la projection orthogonale sur le plan (xOy) des points dont les coordonnées vérifient $x + y = 5$.
Placer sur cette figure 2 le point C_1 , projeté orthogonal du point C sur le plan (xOy) .

EXERCICE 3 (5 points) **COMMUN À TOUS LES CANDIDATS**

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du montant des ventes d'appareils photos numériques en France, en milliers d'euros, entre 1999 et 2004.

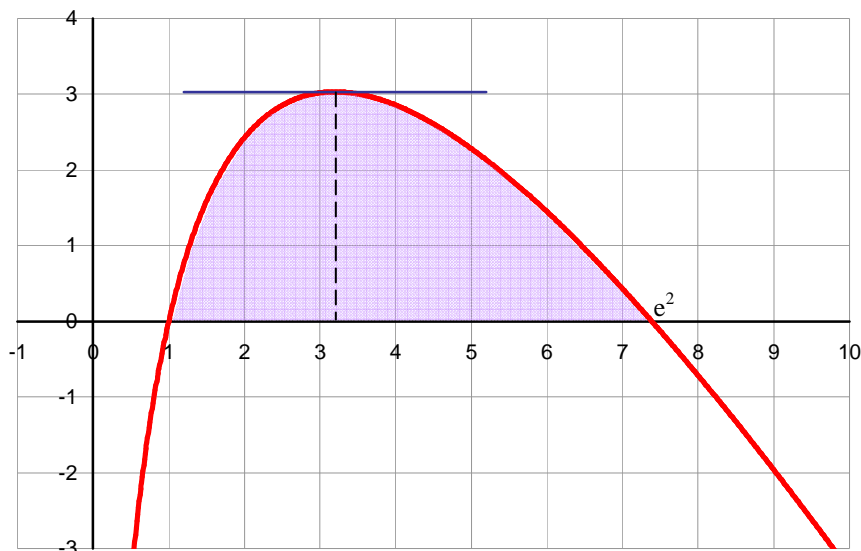
Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Montant des ventes y_i	179	332	584	1 092	2 675	4 164

- Calculer l'augmentation, en pourcentage, du montant des ventes entre 1999 et 2000 puis entre 2000 et 2001. On exprimera ces pourcentages par un nombre entier en effectuant un arrondi.
Peut-on additionner ces augmentations successives pour obtenir le pourcentage d'augmentation entre 1999 et 2001? Justifier.
- La rapidité de la croissance suggère un ajustement de type exponentiel. On pose $z_i = \ln(y_i)$.
 - Présenter la série statistique $(x_i ; z_i)$ dans un tableau en arrondissant les valeurs de z_i au centième.
 - Donner une équation de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés, les coefficients seront arrondis au centième.
 - En utilisant cet ajustement, donner une estimation du montant des ventes pour l'année 2008, arrondie au millier d'euros.
- Du fait de l'apparition des téléphones mobiles avec appareil photo intégré, on a observé un ralentissement dans la progression des ventes, avec un montant de 5027 milliers d'euros en 2005 puis une diminution de 10% en 2006.
 - Calculer le montant des ventes, arrondi au millier d'euros, pour 2006.
 - En supposant qu'après 2006 le montant des ventes continuera de baisser de 10% par an, quelle prévision peut-on faire pour 2008 ? (On arrondira le montant au millier d'euros)

EXERCICE 4 (7 points) **COMMUN À TOUS LES CANDIDATS**

Dans une entreprise, on a modélisé le bénéfice réalisé, en milliers d'euros, pour la vente de x centaines d'appareils par la fonction f définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $f(x) = -2x + (e^2 - 1)\ln x + 2$

La courbe de la fonction f est donnée sur la figure ci-dessous :



1. Vérifier par le calcul que $f(1) = 0$ et $f(e^2) = 0$.
2. À l'aide du graphique, déterminer approximativement
 - a) le nombre d'appareils que l'entreprise doit fabriquer pour réaliser un bénéfice maximal et le montant de ce bénéfice ;
 - b) les valeurs de x pour lesquelles le bénéfice réalisé est positif ou nul.
3. a) Déterminer la dérivée f' de la fonction f sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
 b) Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de la fonction f .
 c) En déduire le nombre d'appareils vendus par cette entreprise quand elle réalise le bénéfice maximal (le résultat sera arrondi à l'unité)
4. Parmi les courbes données en annexe, une seule correspond à celle d'une primitive de f . Déterminer la courbe qui convient, en expliquant votre choix (on pourra s'appuyer sur le signe de $f(x)$).
5. En utilisant le résultat de la question précédente, en déduire, par une lecture graphique, une valeur approchée (en unité d'aire) de l'aire du domaine hachuré dans la figure ci-dessus.
6. a) Démontrer que la fonction F définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $F(x) = -x^2 + (3 - e^2)x + (e^2 - 1)x \ln x$ est une primitive de f .
 b) Déterminer la valeur moyenne du bénéfice de l'entreprise sur l'intervalle où ce bénéfice est positif ou nul.

ANNEXE 1

EXERCICE 2 SPÉCIALITÉ

FIGURE 1

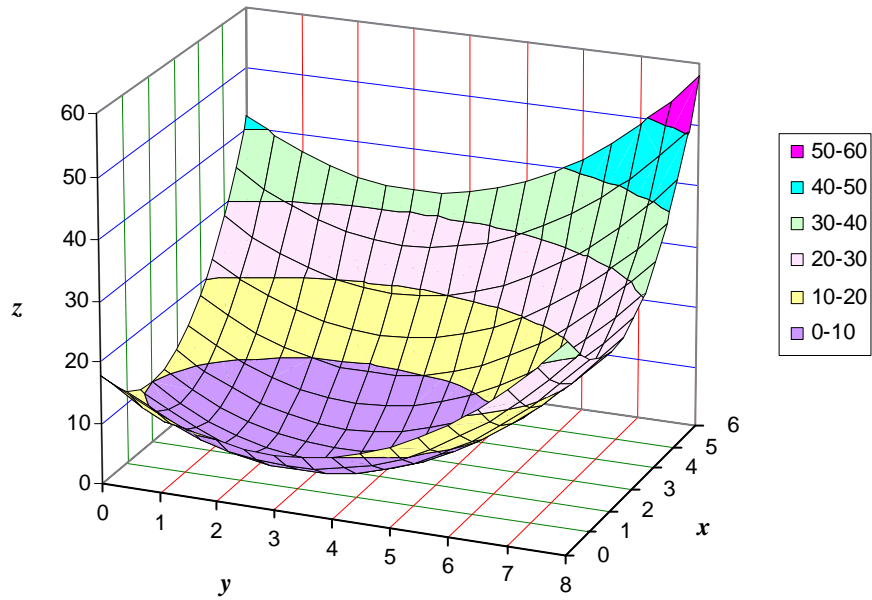
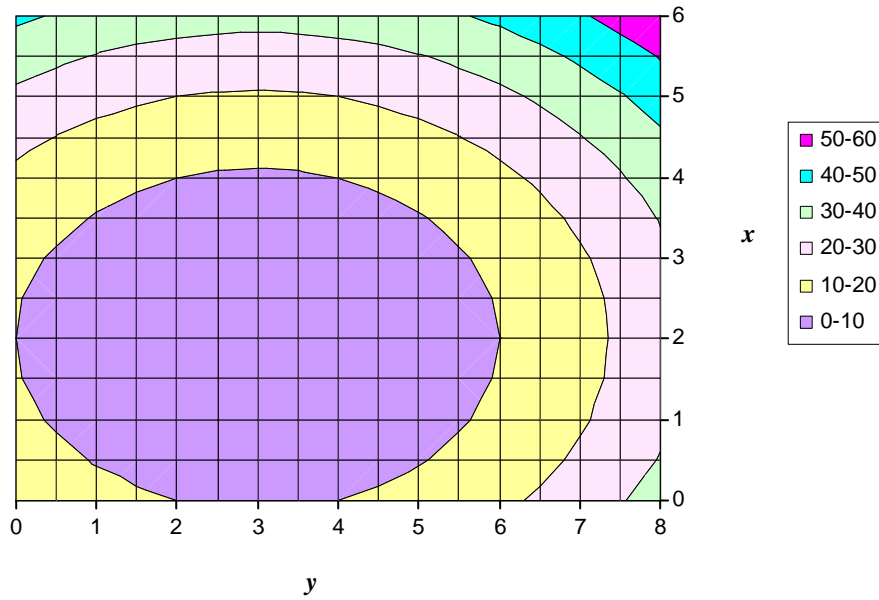
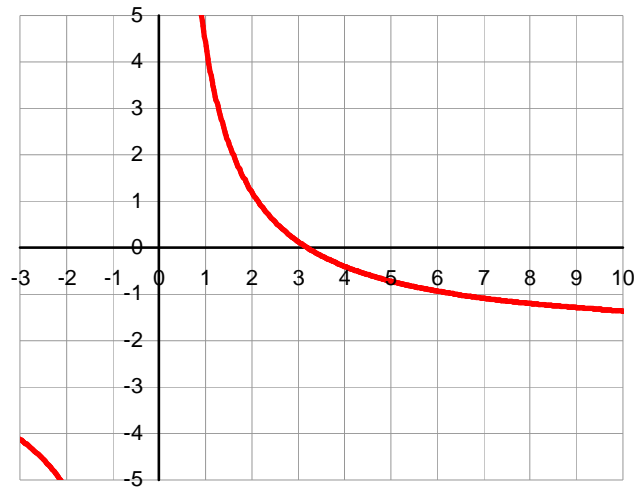


FIGURE 2

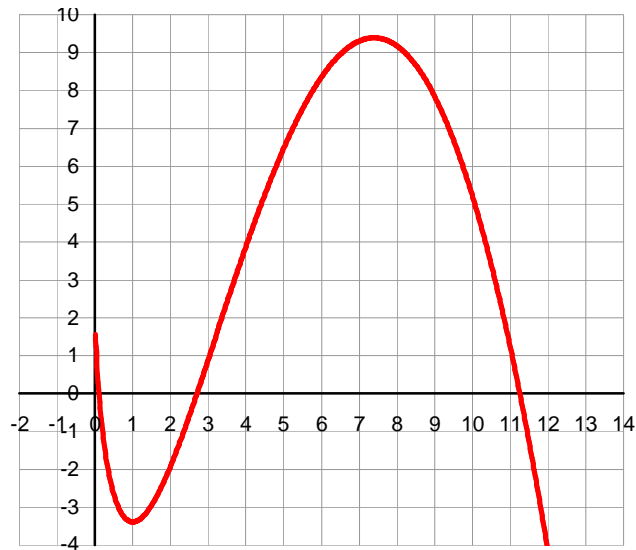


ANNEXE : EXERCICE 4

Courbe de F_1



Courbe de F_2



Courbe de F_3

