CORRECTION DU BAC 2007	
Terminale ES	*Liban*

<u>Exercice 1</u>

Partie A

1) Réponse : $\boldsymbol{y = 2(x-1)}$. En effet, le coefficient directeur de T est 2.

2) Réponse : **2 solutions**. En effet, il y a deux tangentes horizontales.

3) Réponse : $\boldsymbol{-\infty}$.

4) Réponse : $\boldsymbol{]1\ ;\ 6]}$.

5) Réponse : **2 fois**.

Partie B

6) Réponse : $\boldsymbol{]-\infty\ ;\ 3]}$.

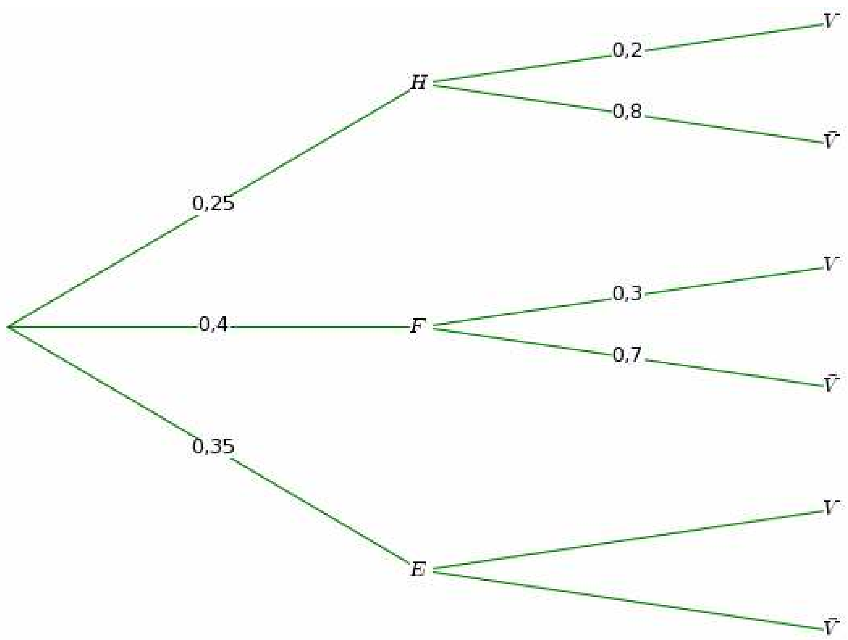
7) Réponse : $\boldsymbol{2}$.

8) Réponse : **0 fois**.

<u>Exercice 2</u> ***(candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)***

Partie A

1)



2) a) $\boldsymbol{H \cap V}$ **est l'événement « la personne interrogée est un homme et a déjà vu le film avant cette projection »**.

b) $p(H \cap V) = p_H(V) \times p(H)$. Or $p_H(V) = 0,2$, alors : $\boldsymbol{p(H \cap V)} = 0,2 \times 0,25 =$ [illegible].

C. Lainé

3) a) V et $\overline{V}$ sont deux événements contraires donc $p\left(\overline{V}\right)=1-p(V)=1-0,345=0,655$.

Donc $\boldsymbol{p\left(\overline{\mathbf{V}}\right)=0,655}$.

b) Nous sommes amenés à chercher $p_E(V)$.

H, F et E forment une partition de Ω, d'après la formule des probabilités totales,
$p(V)=p(H\cap V)+p(F\cap V)+p(E\cap V)$.

Or $p(E\cap V)=p_E(V)\times p(E)=0,35p_E(V)$, $p(H\cap V)=0,05$ et
$p(F\cap V)=p_F(V)\times p(F)=0,3\times 0,4=0,12$.

Alors $0,35p_E(V)+0,05+0,12=0,345$. Par conséquent, $\boldsymbol{p_E(V)}=\dfrac{0,175}{0,35}=\mathbf{0,5}$.

4) Soit J l'événement : « aucune personne n'a déjà vu le film avant cette projection »
Comme le nombre de spectateurs est suffisamment grand pour assimiler l'interrogation au hasard d'un spectateur à un tirage avec remise, alors
$p\left(\overline{J}\right)=p\left(\overline{V}\right)\times p\left(\overline{V}\right)\times p\left(\overline{V}\right)\times p\left(\overline{V}\right)=(0,655)^4$. D'où $p(J)=1-(0,655)^4\approx 0,816$.

Par conséquent, **la probabilité qu'au moins une personne ait déjà vu le film avant cette projection est égale à 0,816**.

Partie B

1) a) La somme des probabilités des événements élémentaires est égale à 1 ; alors
$0,55+0,15+0,15+0,05+q+0,05=1$.

Donc $\boldsymbol{q}=1-0,95=\mathbf{0,05}$.

b) $\boldsymbol{E(X)}=\sum_{i=1}^{6}x_ip_i=\mathbf{2,05}$.

Dans une enquête portant sur un grand nombre de spectateurs, un spectateur a déjà vu en moyenne 2,05 fois ce film.

__Exercice 2__ ***(candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité)***

Partie A

Il y a dix questionnaires car il y a dix arêtes.

1) La matrice du graphe est :

$$\boldsymbol{G}=\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}.$$

2) Aucun des termes de la matrice G^2 n'est nul alors il existe au moins une chaîne de longueur 2 reliant deux sommets quelconques de ce graphe. Donc ce **graphe est connexe.**

Ce graphe n'est pas complet car les sommets E et F ne sont pas adjacents.

3) Comme le graphe est connexe et qu'il y a deux sommets de degré impair (B et C), alors ce graphe ne possède qu'une chaîne eulérienne (de B vers C ou de C vers B). Ce graphe possède une chaîne eulérienne dont les extrémités sont les sommets de degré impair.

a) **On ne peut donc pas parcourir le jardin en répondant à tous les questionnaires et sans repasser deux fois devant le même questionnaire, en commencant la visite par n'importe quelle zone**.

b) On en déduit, d'après la question précédente, que **la dernière zone visitée sera la B si on part de la zone C**.

Partie B

1) Le plus grand degré d'un sommet est 5 ; donc le nombre chromatique est inférieur ou égal à 6.
$\{A,\ B,\ C,\ D\}$ est un sous-graphe complet. Donc, le nombre chromatique est supérieur ou égal à 4.
Par conséquent, **le nombre chromatique est compris entre 4 et 6**.

2)

Sommets	B	A	D	C	E	F
Degré	5	4	4	3	2	2
Numéro de couleur	1	2	3	4	2	4

Donc **le nombre chromatique de ce graphe est 4**.

<u>Exercice 3</u>

Partie A

1) On a : $f = uv$ avec $u(x) = ax + b$ et $v(x) = \ln(x)$.

D'où : $f' = u'v + uv'$ avec $u'(x) = a$ et $v'(x) = \dfrac{1}{x}$.

Par conséquent, $\boldsymbol{f'(x) = a\ \ln(x) + \dfrac{ax+b}{x}}$.

2) Par lecture graphique, $\boldsymbol{f(4) = 0}$ et $\boldsymbol{f'(1) = 3}$.

3) Comme $f(4) = 0$, alors $(4a+b)\ln(4) = 0$, ce qui équivaut à $4a + b = 0$.

Comme $f'(1) = 3$, alors $a\ln(1) + \dfrac{a+b}{1} = 3$, ce qui donne $a + b = 3$.

Alors a et b sont solutions du système $\begin{cases} 4a + b = 0 \\ a + b = 3 \end{cases}$.

Or $\begin{cases} 4a + b = 0 \\ a + b = 3 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} 3a = -3 \\ a + b = 3 \end{cases}$, c'est-à-dire $\begin{cases} a = -1 \\ b = 3 - a = 4 \end{cases}$.

Par conséquent, $\boldsymbol{f(x) = (-x+4)\ln(x)}$.

Partie B

1) $F'(x) = -\dfrac{1}{2}\left[2x\ln x + x^2 \times \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{2} \times 2x - 8\ln x - 8x \times \dfrac{1}{x} + 8\right] = -x\ln x - \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2}x + 4\ln x + 4 - 4$

Par conséquent, $F'(x) = (4-x)\ln x = f(x)$, pour tout x de $]0\ ;\ +\infty[$.

On en déduit que ***F*** **est une primitive de *f* sur** $\boldsymbol{]0\,;+\infty[}$.

2) $I=\int_1^4 f(x)dx=\left[F(x)\right]_1^4$ d'après la question précédente.

D'où : $I=F(4)-F(1)=8\ln 4-\frac{33}{4}=\mathbf{16\ln(2)-\frac{33}{4}}$.

3) Comme la fonction f est positive sur $[1\,;\,4]$, alors S est égale à $I=\int_1^4 f(x)dx$ u.a.

On en déduit que **$S\approx 2{,}8$ u.a.**

<u>Exercice 4</u>

Partie A

1) $\frac{235-160}{160}\times 100=46{,}875$.

Alors, **le pourcentage d'évolution du nombre de ménages équipés d'un ordinateur entre les années 1986 et 1987 est de 46,875 %**.

2) On aurait dû obtenir : $160\times(1+0{,}46875)^{10}\approx 7474{,}79$.

Si ce pourcentage était resté le même d'année en année jusqu'en 1996, le nombre de ménages équipés en 1996 aurait été d'environ 7475.

3) a)

rang	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$z_i=\ln(y_i)$	**5,08**	**5,46**	**5,84**	**6,23**	**6,63**	**7,06**	**7,48**	**7,86**	**8,26**	**8,59**	**8,90**

b)

c) En utilisant la calculatrice, **la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode**

des moindres carrés est : $z = 0{,}39x + 5{,}08$.

d) Comme $z = \ln y$ et $z = 0{,}39x + 5{,}08$, alors $\ln y = 0{,}39x + 5{,}08$; d'où :
$y = e^{0{,}39x+5{,}08} = e^{0{,}39x} \times e^{5{,}08}$. Or $e^{5{,}08} \approx 161$, par conséquent, $\boldsymbol{y = 161 \times e^{0{,}39x}}$.

L'année 2000 correspond au rang 14. Alors, $y = 161 \times e^{0{,}39\times 14} \approx 37851$.
Avec cette modélisation, 37 851 ménages auraient dû être équipés en 2000.

Partie B

1) **L'estimation du nombre de ménages équipés en 2002 est de :**
$f(22) \approx 17{,}777$ millions.
L'estimation du nombre de ménages équipés en 2002 est de : $f(23) \approx 18{,}509$ millions.

2) On a : $f = \dfrac{20}{v}$ avec $v(t) = 1 + 2000e^{-0{,}44t}$.

Alors : $f' = -\dfrac{20v'}{v^2}$ avec $v'(t) = 2000 \times (-0{,}44)e^{-0{,}44t} = -880e^{-0{,}44t}$.

Donc, $\boldsymbol{f'(t) = \dfrac{17600\ e^{-0{,}44t}}{\left(1 + 2000\ e^{-0{,}44t}\right)^2}}$, **pour tout t de $[0\,;+\infty[$** .

Comme $\left(1 + 2000e^{-0{,}44t}\right)^2 > 0$ et $e^{-0{,}44t} > 0$ pour tout réel t, alors $f'(t) > 0$ pour tout t de $[0\ ;\ +\infty[$.

Par conséquent, **la fonction f est strictement croissante sur $[0\,;+\infty[$** .

3) a) Comme f est continue (puisqu'elle est dérivable) et strictement croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$, que $f(22) \approx 17{,}8$ et $f(23) \approx 18{,}5$, d'après le théorème de la valeur intermédiaire, l'équation $f(x) = 18$ admet une seule solution dans $[22\ ;\ 23]$.
On en déduit que **le nombre de ménages équipés atteindra 18 millions en 2003**.

b) $\lim\limits_{t \to +\infty} (-0{,}44t) = -\infty$ et $\lim\limits_{X \to -\infty} e^X = 0$, d'où $\lim\limits_{t \to +\infty} e^{-0{,}44t} = 0$.
Par somme de limites, $\lim\limits_{t \to +\infty} \left(1 + 2000e^{-0{,}44t}\right) = 1$.
Par quotient de limites, $\boldsymbol{\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 20}$.

Au bout d'un grand nombre d'années, le nombre de ménages équipés se rapprochera de 20 millions.