DEVOIR SURVEILLÉ N° 1	
Graphes	***Le 17 octobre 2007***

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. N'oubliez pas de souligner (ou d'encadrer) vos résultats.

Exercice 1 (*4 points*)
On désire transporter sept produits chimiques par chemin de fer.
Pour des problèmes de sécurité, certains de ces produits ne peuvent pas être transportés dans le même wagon, ils sont considérés comme incompatibles. L'objectif de cet exercice consiste à recherche une répartition des produits qui utilise un nombre minimal de wagons.

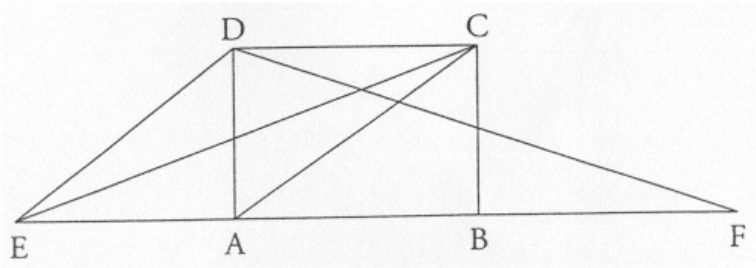
On donne ci-contre le tableau d'incompatibilité entre ces sept produits, désignés par les lettres A, B, C, D, E, F et G :

Ce tableau signifie, par exemple, que les produits C et D ne peuvent être transportés dans un même wagon.

	A	B	C	D	E	F	G
A		×			×	×	
B	×				×	×	×
C				×	×	×	
D			×		×		×
E	×	×	×	×		×	
F	×	×	×		×		
G		×		×			

1) Proposer un graphe qui représente cette situation ? Par la suite ce graphe sera noté Γ.
2) Donner un sous-graphe complet d'ordre maximal.

Exercice 2 (4 *points*)
Une grande surface est conçue de telle façon que six secteurs (alimentation, hi-fi, etc.…) notés A, B, C, D, E, F sont reliés par des allées selon le graphe ci-dessous.



1) Recopier et compléter le tableau suivant :

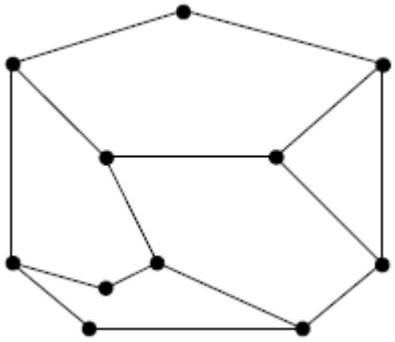
Secteur	A	B	C	D	E	F
Degré						

2) Le graphe est-il connexe ? pourquoi ?

C. Lainé

Exercice 3 (3 *points*)
Construire un graphe orienté dont les sommets sont les entiers compris entre 1 et 12, et dont les arêtes représentent la relation « être diviseur de ».

Exercice 4 (4 *points*)
1) Le graphe ci-dessous représente le plan des couloirs d'un musée. Un gardien placé dans un couloir peut surveiller les deux carrefours placés à ses extrémités.
Combien de gardiens sont nécessaires (et comment les placer) afin que tous les carrefours soient surveillés ?



2) Si l'on place maintenant les gardiens aux carrefours, en supposant qu'un tel gardien peut surveiller tous les couloirs amenant à ce carrefour, combien de gardiens sont nécessaires pour surveiller tous les couloirs ?

Exercice 5 (5 *points*)
On s'intéresse aux graphes dont tous les sommets sont de degré trois.

1) Construire de tels graphes ayant 4 sommets, 5 sommets, 6 sommets, 7 sommets.
2) Que peut-on conjecturer ?
3) Prouver votre conjecture.