

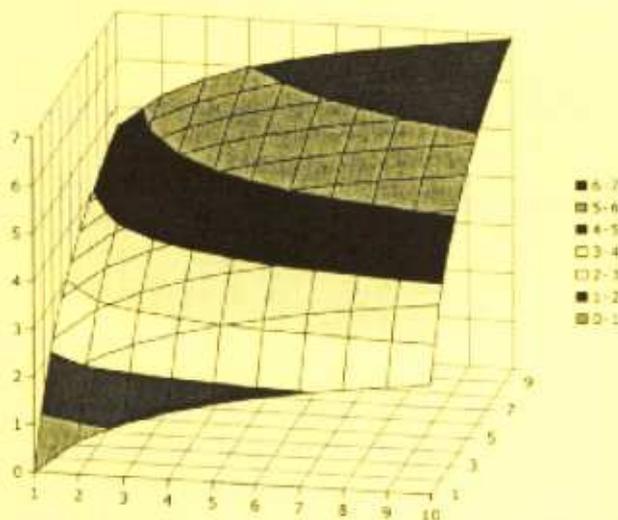
EXERCICE 2 (5 points)

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une consommatrice apprécie deux types de fruits \mathcal{A} et \mathcal{B} . En un mois, elle achète x kilos de fruits \mathcal{A} et y kilos de fruits \mathcal{B} ; x et y appartiennent à l'intervalle $[1; 10]$.

Son niveau de satisfaction est modélisé par la relation $f(x; y) = \ln y + 2 \ln x$

La figure ci-dessous représente, dans un repère orthogonal, la surface d'équation $z = f(x; y)$ pour $1 \leq x \leq 10$ et $1 \leq y \leq 10$.



1) Le point N , d'ordonnée 5 et de cote $\ln 30$, appartient à la surface. Calculer la valeur exacte de son abscisse.

2) On peut estimer que le kilo de fruits \mathcal{A} coûte 3 euros et que celui de fruits \mathcal{B} coûte 2 euros. La consommatrice décide de ne pas dépenser plus de 36 euros par mois pour ces fruits.

a) Donner la relation entre les quantités x et y de fruits \mathcal{A} et \mathcal{B} achetées pour un montant de 36 euros.

b) Montrer qu'alors le niveau de satisfaction de la consommatrice est égal à $\ln(18 - 1,5x) + 2 \ln x$.

c) Démontrer que, sur l'intervalle $[1; 10]$, la fonction g définie par $g(x) = \ln(18 - 1,5x) + 2 \ln x$ admet un maximum pour une valeur x_0 que l'on précisera.

d) Quelles quantités de fruits \mathcal{A} et de fruits \mathcal{B} la consommatrice doit-elle acheter dans le mois si elle veut optimiser son niveau de satisfaction tout en respectant sa contrainte de budget ?