

## DEVOIR SURVEILLÉ N° 6

PGCD, nombres premiers

Le 4 avril 2024

**Le plus grand soin doit être apporté aux calculs et à la rédaction.  
Soulignez ou encadrez vos résultats.**

### Exercice 1 (3 points)

- 1) Démontrer que 419 est premier. On expliquera clairement la méthode utilisée.
- 2) Décomposer 8 316 en facteurs premiers. Quel est alors le nombre de diviseurs de 8 316 ?

### Exercice 2 (2 points)

Montrer que, pour tout entier naturel  $n$ , les nombres  $a = 2n + 1$  et  $b = 9n + 4$  sont premiers entre eux.

### Exercice 3 (3 points)

- 1) Déterminer à l'aide de l'algorithme d'Euclide le PGCD de 1 064 et 700.
- 2) On note  $n$  un naturel non nul,  $a = 3n + 1$  et  $b = 5n - 1$ .
  - a) Montrer que le PGCD de  $a$  et  $b$  est un diviseur de 8.
  - b) **Bonus** : Pour quelles valeurs de  $n$  le PGCD de  $a$  et  $b$  est-il égal à 8 ?  
(On pourra utiliser le langage des congruences.)

### Exercice 4 (4 points)

- 1) On considère l'équation (E) à résoudre dans  $\mathbb{Z}$  :  $7x - 5y = 1$ .
  - a) Déterminer un couple solution de (E).
  - b) Résoudre alors l'équation (E).
- 2) Une boîte contient 25 jetons, des rouges, des verts et des blancs. Sur les 25 jetons, il y a  $x$  jetons rouges,  $y$  jetons verts et  $z$  jetons blancs. Sachant que  $7x - 5y = 1$ , quels peuvent être les nombres de jetons rouges, verts et blancs ?

