

TANGENTES COMMUNES À DEUX COURBES

Terminale S

Séance informatique

Proposition pour le sujet 15 du descriptif de l'épreuve pratique 2008

\mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 sont les courbes représentatives des fonctions \exp et \ln dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

L'objectif du problème est de trouver, si elles existent, les tangentes communes à ces deux courbes.

1) Construire une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

Appeler l'examineur pour une vérification de la construction faite.

2) Conjecturer la solution.

Appeler l'examineur pour une vérification de la conjecture.

3) *Justification mathématique de la conjecture.*

a) Écrire une équation de (T_1) et une équation de (T_2) sous la forme $ux + vy + w = 0$ où u , v et w sont des réels.

b) Montrer alors que (T_1) et (T_2) sont confondues si, et seulement si, $b = e^{-a}$ et

$$e^{-a} = \frac{a-1}{a+1}.$$

c) Soit h la fonction définie sur $\mathbf{R} - \{-1\}$ par $h(x) = e^{-x} - \frac{x-1}{x+1}$.

Étudier les variations de h .

d) En déduire que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions a_1 et a_2 .

e) Déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-1} de a_1 et a_2 , puis des valeurs correspondantes b_1 et b_2 .

f) Répondre au problème posé.

Production demandée.

- La figure réalisée à l'aide du logiciel
- La conjecture
- Les productions écrites des questions 2) et 4)