CORRECTION DU DEVOIR SURVEILLÉ N° 1	
Suites	*Le 5 novembre 2020*

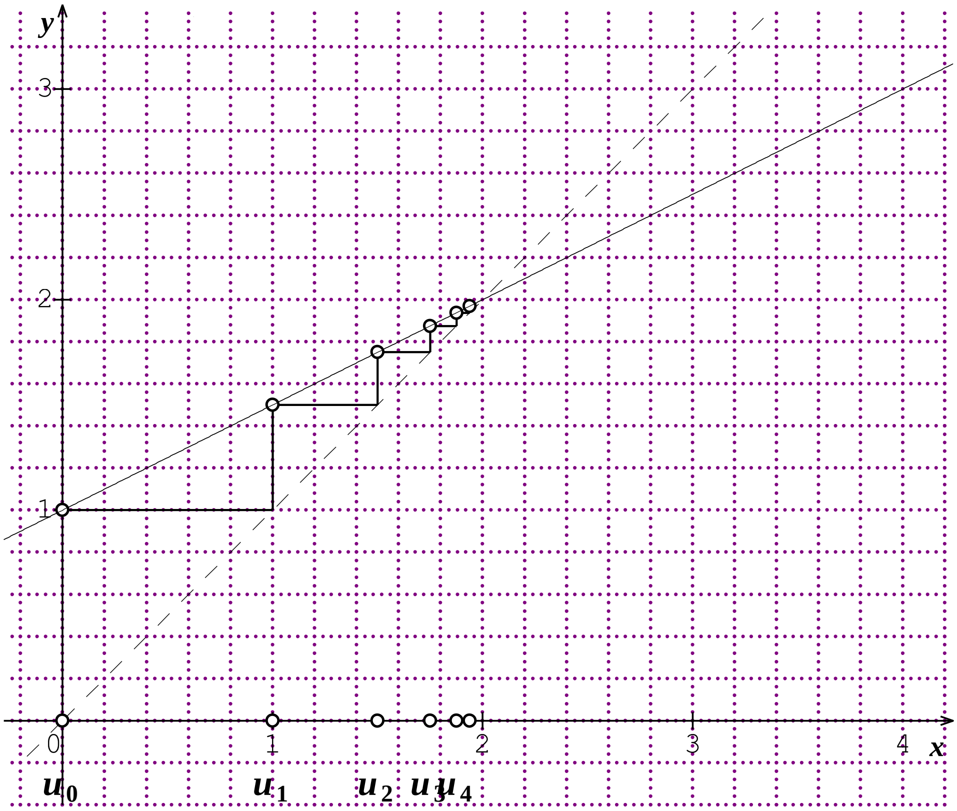
Exercice 1 : automatismes sans calculatrice

1) Chaque année le loyer augmente de 40 €. **Cette situation peut être modélisée par une suite arithmétique de raison 40 et de premier terme 760**.

2) Chaque année, le nombre de pies est multiplié par $1-\frac{10}{100}=0,9$. **Cette situation peut être modélisée par une suite géométrique de raison 0,9 et de premier terme 270**.

3) Comme $\frac{11}{5}>1$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{11}{5}\right)^n=+\infty$.

4)



Exercice 2

1) Comme (w_n) la suite géométrique de premier terme $w_0=60$ et de raison 0,88, alors $\boldsymbol{w_{n+1}=0,88\times w_n}$ et $\boldsymbol{w_n=60\times 0,88^n}$.

2) a) $S=w_0+w_1+w_2+\ldots+w_n=w_0\times\frac{1-(0,88)^{n+1}}{1-0,88}=60\times\frac{1-(0,88)^{n+1}}{0,12}=\mathbf{500\times\left[1-(0,88)^{n+1}\right]}$.

b) $(0,88)^{n+1}=(0,88)^n\times 0,88$. Comme $0<0,88<1$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty}(0,88)^n=0$.

D'où $\lim\limits_{n\to+\infty}(0,88)^{n+1}=0$ (par produit de limites).

On en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty}S=500$ (par somme et produit de limites)

Exercice 3

1) a) $n^2-3n+5=n^2\left(1-\frac{3}{n}+\frac{5}{n^2}\right)$.

Comme $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3}{n}=0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{5}{n^2}=0$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1-\frac{3}{n}+\frac{5}{n^2}\right)=1$ (par somme de limites).

De plus, $\lim\limits_{n\to+\infty}n^2=+\infty$; donc $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty}\left(n^2-3n+5\right)=+\infty}$ (par produit de limites).

b) $\frac{2n^2-3}{n^2+1}=\frac{n^2\left(2-\frac{3}{n^2}\right)}{n^2\left(1+\frac{1}{n^2}\right)}=\frac{2-\frac{3}{n^2}}{1+\frac{1}{n^2}}$.

Comme $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n^2}=0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3}{n^2}=0$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n^2}\right)=1$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(2-\frac{3}{n^2}\right)=2$ (par somme de limites). Par suite, $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{2n^2-3}{n^2+1}=2}$ (par quotient de limites).

2) a) Pour tout entier naturel n non nul, $-1\leq\sin(n)\leq 1$.

Par suite, $-3\leq 3\sin(n)\leq 3$. Comme $n>0$, alors $\frac{-3}{n^2}\leq\frac{3\sin(n)}{n^2}\leq\frac{3}{n^2}$.

Donc, **pour tout entier naturel n,** $\boldsymbol{-\frac{3}{n^2}\leq u_n\leq\frac{3}{n^2}}$.

b) Or $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{-3}{n^2}=0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3}{n^2}=0$; d'après le théorème des gendarmes, $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0}$.

Exercice 4

1) $u_1=0{,}96\times 5000+300=\mathbf{5100}$ et $u_2=0{,}96\times 5100+300=\mathbf{5196}$.
Au 1er janvier 2022, l'arboriculteur possèdera 5 196 pommiers.

2) a) $v_{n+1}=u_{n+1}-7500=0{,}96u_n+300-7500=0{,}96u_n-7200$.
Comme $v_n=u_n-7500$, alors $u_n=v_n+7500$; par suite, on obtient :
$v_{n+1}=0{,}96\left(v_n+7500\right)-7200=0{,}96v_n+7200-7200=0{,}96v_n$.
On en déduit que (v_n) **est la suite géométrique de raison 0,96 et de premier terme** $v_0=u_0-7500=\mathbf{-2500}$.

b) D'après la question précédente, on en déduit que, **pour tout entier naturel n,** $\boldsymbol{v_n=-2500\times(0{,}96)^n}$.

c) Comme $u_n=v_n+7500$, alors, **pour tout n de $\mathbb{N}$,** $\boldsymbol{u_n=7500-2500\times(0{,}96)^n}$.

3) a)

```
def pommiers() :
    n=0
    u=5000
    while u<6000:
          n=n+1
          u=0.96*u+300
    return n
```

b) **La valeur de la variable n à la fin de l'exécution du programme est 13**.

Comme $2020+13=2033$, alors **l'arboriculteur devra acquérir un autre terrain en 2033 pour pouvoir planter de nouveaux pommiers**.

4) Comme $0<0{,}96<1$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(0{,}96\right)^n=0$.

D'où $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=7500$ (par produit et somme de limites).

Si l'évolution se poursuit toujours selon ce modèle, le nombre de pommiers de cet arboriculteur tendra à terme vers 7 500.