DEVOIR SURVEILLÉ N° 1	
Suites	***Le 5 novembre 2020***

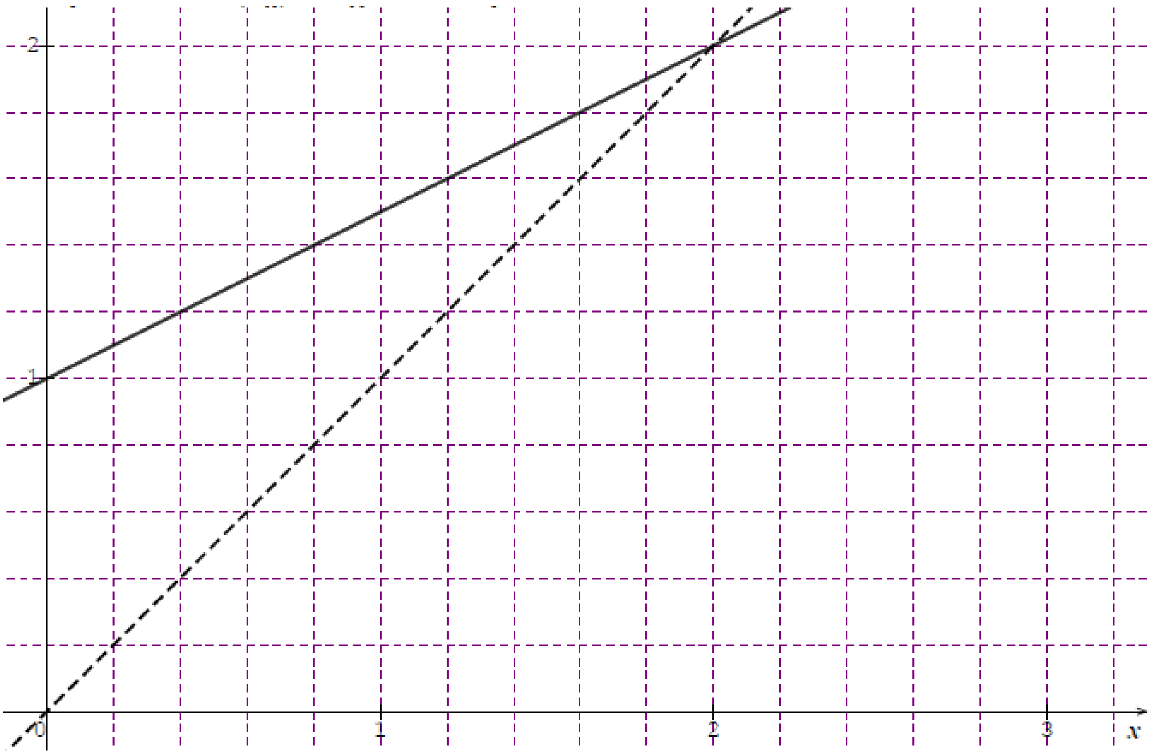
Le plus grand soin doit être apporté aux calculs et à la rédaction.
Soulignez ou encadrez vos résultats.

Exercice 1 : automatismes sans calculatrice (5 *points*)

Énoncé	Réponse
1) Monsieur Deville loue un appartement pour un loyer initial mensuel de 760 €. Le contrat de location prévoit une augmentation annuelle de 40 €. Cette situation peut-elle être modélisée par une suite arithmétique ou géométrique. Si cela est le cas, préciser son premier terme et sa raison.	S.A. ☐ S.G. ☐ Autres ☐
2) En Alsace, on dénombre dans une réserve naturelle 270 pies bavardes sur 60 km². On a constaté depuis plusieurs années que la population de pies dans cette réserve augmente de 10 % par an. Cette situation peut-elle être modélisée par une suite arithmétique ou géométrique. Si cela est le cas, préciser son premier terme et sa raison.	S.A. ☐ S.G. ☐ Autres ☐
3) $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{11}{5}\right)^n = ...$	

4) Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 0$, et pour tout n de $\mathbb{N}$ par : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$.

Construire les termes u_0 , u_1, u_2 et u_3 sur l'axe des abscisses du repère ci-dessous.



Exercice 2 (3 *points*)

Soit (w_n) la suite géométrique de premier terme $w_0 = 60$ et de raison 0,88.

1) Exprimer w_{n+1} en fonction de w_n, puis w_n en fonction de n.

2) Soit $S = w_0 + w_1 + w_2 + ... + w_n$.

a) Déterminer S en fonction de n.

b) Calculer $\lim_{n\to+\infty} S$.

Exercice 3 (4 *points*)

1) Déterminer les limites des suites (u_n) suivantes :

a) $\lim_{n\to+\infty} (n^2 - 3n + 5)$ b) $\lim_{n\to+\infty} \frac{2n^2 - 3}{n^2 + 1}$

2) Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = \frac{3\sin(n)}{n^2}$.

a) Montrer que, pour tout entier naturel n, $-\frac{3}{n^2} \leq u_n \leq \frac{3}{n^2}$.

b) En déduire $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

Exercice 4 (8 *points*)

Au 1er janvier 2020, un arboriculteur possède 5 000 pommiers. Chaque année :

• il arrache 4 % des pommiers car ils sont endommagés;

• il replante 300 nouveaux pommiers.

On modélise la situation par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n, u_n représente le nombre de pommiers possédés par l'arboriculteur au 1er janvier de l'année $(2020 + n)$.

On obtient ainsi une suite (u_n) telle que : $u_0 = 5000$ et $u_{n+1} = 0,96u_n + 300$, pour tout entier naturel n.

1) Calculer u_1 et u_2.

Combien de pommiers possèdera l'arboriculteur au 1er janvier 2022 ?

2) On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 7500$, pour tout entier naturel n.

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0.

b) Pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.

c) En déduire que, pour tout entier naturel n : $u_n = 7500 - 2500 \times (0,96)^n$.

3) La superficie des terrains de l'arboriculteur lui permet d'avoir au maximum 6 000 pommiers. L'arboriculteur voudrait savoir en quelle année il devra acquérir un autre terrain pour pouvoir planter de nouveaux pommiers.

On considère le programme en Python ci-dessous

```
def pommiers() :
    n=0
    u=5000
    while ………:
          n=n+1
          u=………

    return n
```

a) Recopier et compléter ce programme afin qu'il réponde à la problématique énoncée ci-dessus.

b) Quelle est la valeur de la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme ? Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

4) Si l'évolution se poursuit toujours selon ce modèle, vers quelle valeur va tendre à terme le nombre de pommiers de cet arboriculteur ? Justifier la réponse.