# PROPORTIONNALITÉ

**Objectifs :**

• Reconnaître les situations qui relèvent de la proportionnalité et les traiter en choisissant un moyen adapté :
- utilisation d'un rapport de linéarité, entier ou décimal,
- utilisation du coefficient de proportionnalité, entier ou décimal,
- passage par l'image de l'unité (ou « règle de trois »),
- **utilisation d'un rapport de linéarité, d'un coefficient de proportionnalité exprimé sous forme de quotient.*

## 1. Reconnaître une situation de proportionnalité

### *1) Définition*

**Deux grandeurs sont proportionnelles si l'on peut calculer les valeurs de l'une en multipliant (ou en divisant) les valeurs de l'autre par un même nombre.**
**Ce nombre est appelé coefficient de proportionnalité.**

Exemple : La quantité d'essence achetée et le prix payé sont proportionnels car, pour trouver le prix payé, on multiplie la quantité achetée par le prix d'un litre. Dans ce cas, le coefficient de proportionnalité est le prix d'un litre.

### *2) Tableau de proportionnalité*

**Dans un tableau de proportionnalité, les nombres de la 2ème ligne peuvent être calculés en multipliant (ou en divisant) les nombres de la 1ère ligne par un même nombre. Ce nombre est appelé coefficient de proportionnalité.**

Exemple : *3 croissants coûtent 2,40 €.*

*a) Quel est le prix de 7 croissants ? de 5 croissants ?*
*c) Quel nombre de croissants peut-on acheter avec 9,60 € ?*

Le nombre de croissants et le prix sont proportionnels.
On peut organiser les données et les calculs dans un tableau de proportionnalité.



C. Lainé

| Nombre de croissants | 3 | 1 | 7 | 5 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|
| Prix (en €) | 2,40 | 0,80 | 5,60 | 4 | 9,60 |

Par conséquent, 7 croissants coûtent 5,60 € et 5 croissants coûtent 4 €.
On peut acheter 12 croissants pour 9,60 €.

## 2. Traiter une situation de proportionnalité

### *1) Utilisation de la propriété multiplicative*

*Exemple : 5 bananes identiques pèsent 500 g. Calculer la masse de 20 bananes.*

Le nombre de bananes et la masse sont proportionnels.
Or il y a 4 fois plus de bananes. Donc la masse est 4 fois plus grande.

$$4 \times 5 \text{ bananes} = 20 \text{ bananes} \qquad \text{et} \qquad 4 \times 500 \text{ g} = 2000 \text{ g} = 2 \text{ kg}$$

Par conséquent, 20 bananes pèsent 2 kg.

### *2) Utilisation du passage à l'unité*

*Exemple : Pour faire des crêpes pour 5 personnes, on a besoin de 400 g de farine, 3 œufs et 1 litre de lait. Quelle quantité de farine sera nécessaire pour 4 personnes ?*

Le nombre de personnes et la quantité de farine sont proportionnels.
On calcule d'abord la quantité de farine nécessaire pour une personne.

$$400 \text{ g} \div 5 = 80 \text{ g}$$

Pour 4 personnes, il faut 4 fois plus de farine ; d'où : $4 \times 80 \text{ g} = 320 \text{ g}$.
Par suite, il faut 320 g de farine pour faire des crêpes pour 4 personnes.

On peut résumer ces étapes avec le calcul suivant : $\dfrac{400 \times 4}{5}$, ce qu'on appelle la « règle de trois ».

| *Quantité de farine en g* | *400* | *?* |
|---|---|---|
| *Nombre de personnes* | *5* | *4* |

$$? = \frac{400 \times 4}{5}$$

### *3) Utilisation de la propriété additive*

*Exemple : À allure régulière, j'ai constaté que je parcours 18 km en 4 h. Quelle distance vais-je parcourir en 6 h ?*

À allure régulière, la distance parcourue et le temps sont proportionnels.
Or 6 h = 4 h + 2 h. Et en 2 h, je parcours 9 km (2 fois moins qu'en 4 h).

Donc en 6 h, je parcours 27 km (18 km + 9 km).

### *4) Utilisation du coefficient de proportionnalité*

*Exemple* : *Compléter le tableau de proportionnalité suivant :*

| | | |
|---|---|---|
| *Durée de communications du forfait téléphonique en h* | *3* | *7,5* |
| *Prix du forfait en €* | *35* | |

Le prix du forfait et la durée de communications sont proportionnels.
$3 \div 35$ et $35 \div 3$ ne donnent pas de valeur exacte. Exprimons alors le coefficient de proportionnalité sous une écriture fractionnaire : $35 \div 3 = \frac{35}{3}$.

D'où : $7{,}5 \times \frac{35}{3} = (7{,}5 \div 3) \times 35 = 2{,}5 \times 35 = 87{,}5$

Par conséquent, 7,5 h de communications coûtent 87,50 €.