

PARALLÉLÉPIPÈDE RECTANGLE

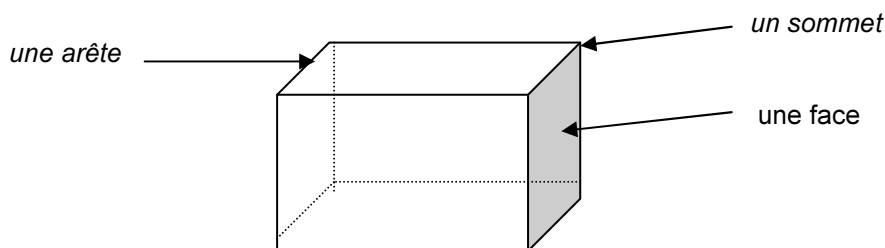
Objectifs :

- Fabriquer un parallélépipède rectangle de dimensions données, à partir de la donnée du dessin de l'un de ses patrons.
- Reconnaître un parallélépipède rectangle de dimensions données à partir :
 - du dessin d'un de ses patrons,
 - d'un dessin le représentant en perspective cavalière.
- Reconnaître dans une représentation en perspective cavalière du parallélépipède rectangle les arêtes de même longueur, les angles droits, les arêtes, les faces parallèles ou perpendiculaires.
- Dessiner ou compléter un patron d'un parallélépipède rectangle.

1. Parallélépipède rectangle

1) Définition

Un parallélépipède rectangle (ou pavé droit) est un solide qui possède 6 faces rectangulaires, 8 sommets et 12 arêtes.



Les faces avant et arrière sont représentées par des **rectangles** ; les autres faces sont représentées par des **parallélogrammes**. **Les arêtes cachées sont en pointillés.**

Les **dimensions** d'un pavé droit sont : **la longueur L , la largeur ℓ et la hauteur h .**

2) Perspective cavalière

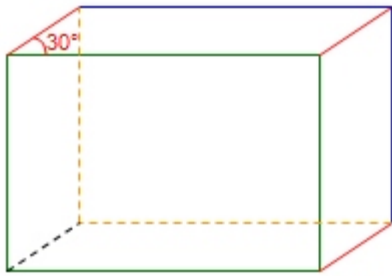
La perspective utilisée en mathématiques s'appelle la **perspective cavalière**.

Elle permet de représenter dans le plan (une feuille) un objet de l'espace (un solide).

Les règles de la perspective cavalière sont les suivantes :

- les arêtes parallèles sur le solide restent parallèles sur le dessin ;
- les arêtes parallèles et de même longueur restent de même longueur ;
- les milieux restent au milieu ;
- les points alignés restent alignés ;
- les arêtes cachées se représentent en pointillés ;
- la « face avant » peut être représentée en vraie grandeur ;
- les arêtes fuyantes sont représentées environ deux fois plus petite que dans la réalité en suivant un angle d'environ 30° par rapport à l'horizontale.

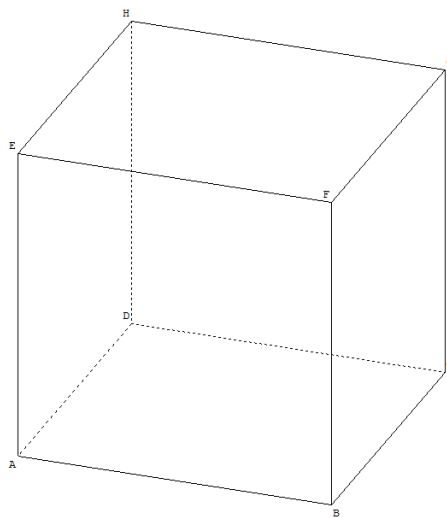
Exemple :



- 1 : Tracer un rectangle en vraie grandeur
- 2 : Tracer trois segments parallèles et de même longueur (arêtes fuyantes)
- 3 : Relier la 2^e extrémité de ces segments
- 4 : Finir le rectangle caché semblable au « rectangle avant »
- 5 : Tracer la dernière arête cachée

3) Cube

Un cube est un pavé droit dont les six faces sont des carrés identiques.

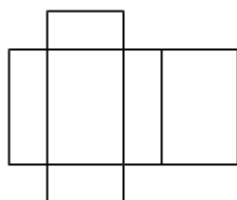


4) Patron

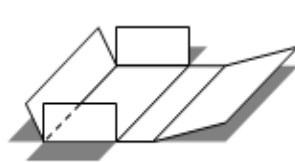
En découpant un parallélépipède rectangle le long de certaines arêtes, on obtient une surface plane appelée patron.

Selon le choix des arêtes découpées, on peut obtenir des patrons différents d'un même parallélépipède.

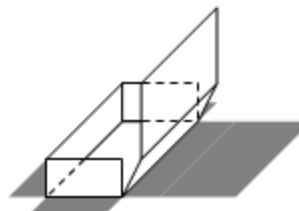
Le patron du solide est la surface construite sur papier qui permet, après collage et pliage, de réaliser le solide.



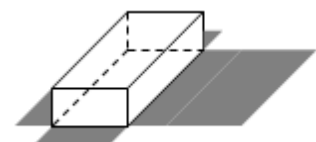
Un patron du parallélépipède rectangle



On découpe et on plie



On colle les arêtes



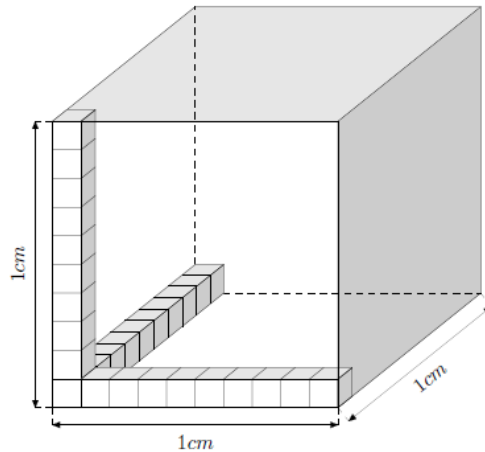
On obtient le parallélépipède rectangle

2. Unités de volume et de capacité

On appelle « volume d'un solide » le nombre de cubes (dont les arêtes mesurent 1 unité de longueur) nécessaire pour le remplir complètement.

1) Unités de volume

Le volume d'un cube de 1 centimètre d'arête est 1 cm^3 .



km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3

Méthode pour changer d'unité de volume :

- Pour passer d'une unité de volume à l'unité immédiatement **inférieure**, on **multiplie par 1 000** ;
- Pour passer d'une unité de volume à l'unité immédiatement **supérieure**, on **divise par 1 000** ;

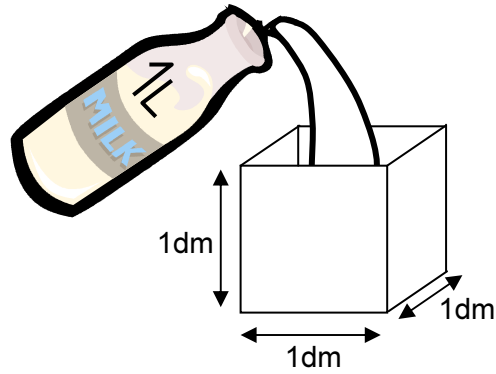
Exemple : Convertir :

$$2\,745 \text{ m}^3 = 2,745 \text{ dam}^3 ; 3,65 \text{ dam}^3 = 3\,650 \text{ m}^3 ; 0,17 \text{ hm}^3 = 0,00017 \text{ km}^3 ;$$

$$745 \text{ cm}^3 = 7\,450 \text{ mm}^3 ; 188,764 \text{ m}^3 = 188\,764 \text{ dm}^3 ; 223,5 \text{ cm}^3 = 0,0002235 \text{ m}^3 .$$

2) Unités de capacité

L'unité de contenance est le litre, notée L.
1L est la contenance d'un cube de 1dm d'arête, c'est-à-dire $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$.

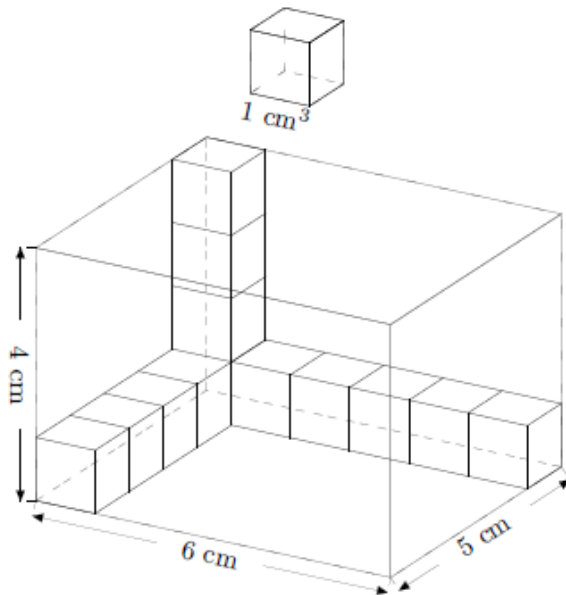


Méthode pour changer d'unité de capacité :

- Pour passer d'une unité de capacité à l'unité immédiatement **inférieure**, on **multiplie par 10** ;
- Pour passer d'une unité de capacité à l'unité immédiatement **supérieure**, on **divise par 10**.

Exemple : 3,5 L = 3,5 dm³ = 0,0035 m³ .

3. Formules de volume



L'unité est le petit cube rouge de 1 cm d'arête, soit le cm³ .

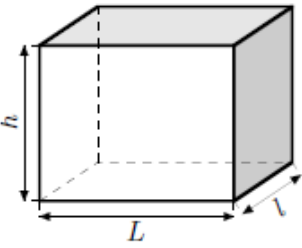
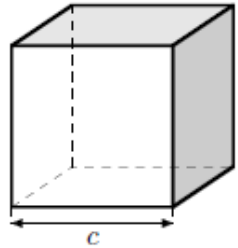
Déterminer le volume du parallélépipède en cm³ revient à calculer le nombre de petits cubes que peut contenir le parallélépipède.

Sur une rangée, on place 6 petits cubes.

Sur une couche, on place 5 rangées de 6 petits cubes, soit 5 × 6 = 30 petits cubes.

Ce parallélépipède peut contenir 4 couches de 30 petits cubes, soit 4 × 30 = 120 petits cubes.

Chaque petit cube a un volume de 1 cm³ , donc le parallélépipède a un volume de 120 cm³ .

Figure	Aire \mathcal{A}
Parallélépipède rectangle de longueur L , de largeur ℓ et de hauteur h . 	$V = L \times \ell \times h$
Cube de côté c 	$V = c \times c \times c$

Exemples :

a) *Quel est le volume d'un cube dont l'arête a pour longueur 5 cm ?*

$$V = 5 \times 5 \times 5 = 25 \times 5 = 125 \text{ cm}^3.$$

b) *Il est tombé 70 cm de neige dans une cour de 15 m sur 30 m.*

Calculer le volume de neige, en litres, recouvrant la cour.

La neige remplit un parallélépipède rectangle de longueur 30 m, de largeur 15 m et de hauteur 70 cm = 0,7 m.

$$\text{D'où : } V = 30 \times 15 \times 0,7 = 315 \text{ m}^3 = 315\,000 \text{ dm}^3 = 315\,000 \text{ L.}$$

Le volume de la neige recouvrant la cour est de 315 000 litres.