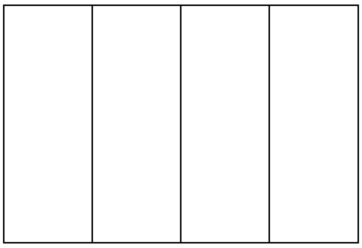
ÉCRITURES FRACTIONNAIRES

Objectifs :

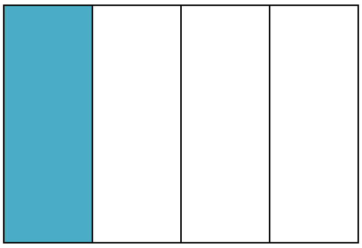
- *Interpréter $\frac{a}{b}$ comme quotient de l'entier a par l'entier b, c'est-à-dire comme le nombre qui multiplié par b donne a.*
- **Placer le quotient de deux entiers sur une demi- droite graduée dans des cas simples.*
- Prendre une fraction d'une quantité.
**Il s'agit de faire comprendre la modélisation de ce type de problème par une multiplication.*
- **Reconnaître dans des cas simples que deux écritures fractionnaires différentes sont celles d'un même nombre.*

1. Écriture fractionnaire

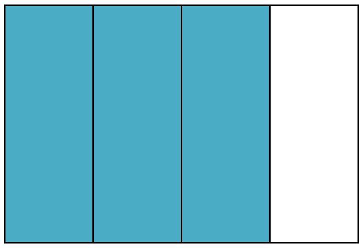
1) Fraction de la surface d'une figure



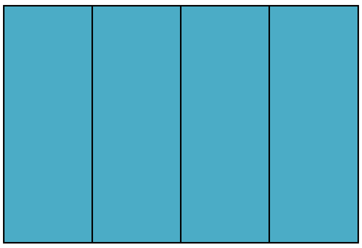
On a partagé un rectangle en 4 parts égales.



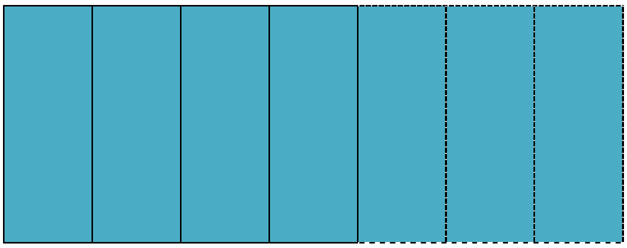
On a colorié une part du rectangle, ce qui représente un quart $\left(\frac{1}{4}\right)$ du rectangle.



On a colorié trois parts du rectangle, ce qui représente trois quarts $\left(\frac{3}{4} = 3 \times \frac{1}{4}\right)$ du rectangle.



On a colorié quatre parts du rectangle, ce qui représente quatre quarts $\left(\frac{4}{4} = 4 \times \frac{1}{4}\right)$ du rectangle, c'est-à-dire sa totalité $\left(4 \times \frac{1}{4} = 1\right)$.



On a colorié sept parts du rectangle, ce qui représente sept quarts $\left(\frac{7}{4} = 7 \times \frac{1}{4}\right)$ du rectangle.

C. Lainé

Point historique : Les fractions trouvent leurs origines en Égypte avec les fractions de numérateur 1.
Au Moyen Age en Europe, les fractions sont appelées nombres rompus.
La barre de fraction venant des arabes fut ensuite reprise par le français Nicole Oresme (XIVe).

2) Écriture fractionnaire d'un quotient

On a vu, dans le chapitre 8, que le quotient exact d'un nombre entier *a* par un nombre entier *b* (non nul) est le nombre qui, multiplié par *b*, donne *a*. Autrement dit, le quotient de *a* par *b* est le facteur manquant dans la multiplication $b \times ? = a$.

Soient a et b deux nombres avec $b \neq 0$.

Le quotient de a par b peut s'écrire sous la forme fractionnaire $\frac{a}{b}$.

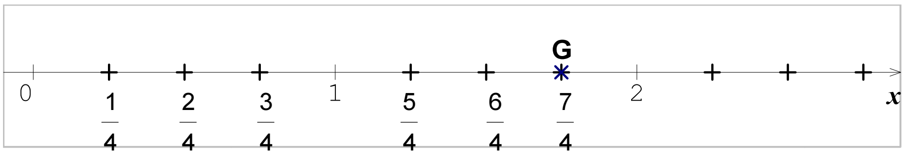
Le nombre a est appelé numérateur et le nombre b est appelé dénominateur de cette fraction.

Remarque : Un quotient admet toujours une écriture fractionnaire alors qu'il n'admet pas toujours une écriture décimale.

3) Fraction et demi-droite graduée

Sur la demi-droite graduée ci-dessous, l'unité est partagée en 4 parties de même longueur.

Ainsi le point *G* a pour abscisse $\frac{7}{4}$.



2. Différentes écritures fractionnaires d'un quotient

On ne change pas une fraction quand on MULTIPLIE (ou on DIVISE) son numérateur et son dénominateur par UN MÊME NOMBRE.

a et b étant deux nombres avec $b \neq 0$, k étant un nombre non nul.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

Exemples :

- $\frac{5}{7} \underset{\times 3}{\overset{\times 3}{=}} \frac{15}{21}$

- $\frac{36}{42} \underset{\div 6}{\overset{\div 6}{=}} \frac{6}{7}$ On a simplifié $\frac{36}{42}$ par 7.

3. Multiplier un nombre par une fraction

Prendre une fraction d'une quantité, c'est multiplier la quantité par la fraction.

Exemple : Prendre les $\frac{3}{8}$ d'une tablette de 24 carrés de chocolat s'écrit : $24 \times \frac{3}{8}$.
En effet, on partage la tablette en 8 parts « égales » ($24 \text{ carrés} \div 8 = 3 \text{ carrés}$)
Puis on récupère 3 parts ($3 \text{ carrés} \times 3 = 9 \text{ carrés}$).
Donc prendre les $\frac{3}{8}$ d'une tablette de 24 carrés de chocolat s'écrit : $24 \times \frac{3}{8}$.

Pour multiplier la fraction $\frac{a}{b}$ par le nombre *c*, on peut utiliser l'une des trois méthodes suivantes :

Méthode 1 :

On multiplie le nombre *c* par *a*, puis on divise le résultat par *b* :

$$\frac{a}{b} \times c = (a \times c) \div b$$

Méthode 2 :

On divise *a* par *b*, puis on multiplie le résultat par *c* :

$$\frac{a}{b} \times c = (a \div b) \times c$$

Méthode 3

On divise *c* par *b*, puis on multiplie le résultat par *a* :

$$\frac{a}{b} \times c = (c \div b) \times a$$

Exemples :

❶ Calculer $\frac{4}{3} \times 21$:

→ avec la méthode 1 : $(4 \times 21) \div 3 = 84 \div 3 = 28$;

→ avec la méthode 2 : impossible car $\frac{4}{3}$ n'est pas un nombre décimal ;

→ avec la méthode 3 : $(21 \div 3) \times 4 = 7 \times 4 = 28$.

❷ Calculer $\frac{7}{10} \times 2$:

→ avec la méthode 1 : $(7 \times 2) \div 10 = 14 \div 10 = 1{,}4$;

→ avec la méthode 2 : $(7 \div 10) \times 2 = 0{,}7 \times 2 = 1{,}4$;

→ avec la méthode 3 : $(2 \div 10) \times 7 = 0{,}2 \times 7 = 1{,}4$.

❸ Calculer $\frac{7}{3} \times 15$:

→ avec la méthode 1 : $(7 \times 15) \div 3 = 105 \div 3 = 35$ (mais c'est difficile à effectuer mentalement) ;

→ avec la méthode 2 : impossible car $\frac{7}{3}$ n'est pas un nombre décimal ;

→ avec la méthode 3 : $(15 \div 3) \times 7 = 5 \times 7 = 35$.