

# ORDRE

## Objectifs :

- Comparer deux nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire, en particulier connaître et utiliser :
  - l'équivalence entre  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  et  $ad = bc$  ( $b$  et  $d$  étant non nuls) ;
  - l'équivalence entre  $a = b$  et  $a - b = 0$  ;
  - l'équivalence entre  $a > b$  et  $a - b > 0$ .
- Utiliser le fait que des nombres relatifs de l'une des deux formes suivantes sont rangés dans le même ordre que  $a$  et  $b$  :  $a + c$  et  $b + c$  ;  $a - c$  et  $b - c$ .
- Utiliser le fait que des nombres relatifs de la forme  $ac$  et  $bc$  sont dans le même ordre (respectivement l'ordre inverse) que  $a$  et  $b$  si  $c$  est strictement positif (respectivement négatif).
- Écrire des encadrements résultant de la troncature ou de l'arrondi à un rang donné d'un nombre positif en écriture décimale ou provenant de l'affichage d'un résultat sur une calculatrice (quotient ...).

## 1. Notations

- $a < b$  signifie que  $a$  est strictement inférieur à  $b$ .
- $a \leq b$  signifie que  $a$  est inférieur ou égal à  $b$ .
- $a > b$  signifie que  $a$  est strictement supérieur à  $b$ .
- $a \geq b$  signifie que  $a$  est supérieur ou égal à  $b$ .

Exemple :  $8,54 \geq 8,35$  ou  $8,35 \leq 8,54$

Cas particuliers :

	$a < 0$	$a \leq 0$	$a > 0$	$a \geq 0$
se lit	$a$ est strictement négatif	$a$ est négatif ou nul	$a$ est strictement positif	$a$ est positif ou nul

## 2. Signe d'une différence

**On peut comparer deux nombres à l'aide du signe de leur différence.**

<b>Si</b>	$a - b < 0$	$a - b \leq 0$	$a - b > 0$	$a - b \geq 0$
<b>alors</b>	$a < b$	$a \leq b$	$a > b$	$a \geq b$

Exemple : comparer  $A = 3\pi + 0,4$  et  $B = \pi^2$ .

$A - B = 3\pi + 0,4 - \pi^2 \approx -0,445$  ; comme  $A - B < 0$ , alors  $A < B$ .

### 3. Ordre et opérations

#### 1) Effet de l'addition et de la soustraction

Soient  $a$ ,  $b$  et  $c$  trois nombres relatifs.

Les nombres  $a + c$  et  $b + c$  sont rangés dans le même ordre que  $a$  et  $b$ .

si  $a < b$ , alors  $a + c < b + c$

Exemples :

On sait que  $x \leq 11$ .

En déduire une inégalité vérifiée par  $x + 7$  :

$$\begin{aligned}x &\leq 11 \\x + 7 &\leq 11 + 7 \\x + 7 &\leq 18\end{aligned}$$

On sait que  $-6,24 \leq x \leq -6,23$ .

En déduire un encadrement de  $x + 5$  :

$$\begin{aligned}-6,24 &\leq x \leq -6,23 \\-6,24 + 5 &\leq x + 5 \leq -6,23 + 5 \\-1,24 &\leq x + 5 \leq -1,23\end{aligned}$$

Soient  $a$ ,  $b$  et  $c$  trois nombres relatifs.

Les nombres  $a - c$  et  $b - c$  sont rangés dans le même ordre que  $a$  et  $b$ .

si  $a < b$ , alors  $a - c < b - c$

Exemples :

On sait que  $x + \frac{5}{3} \geq -\frac{5}{6}$ .

En déduire une inégalité vérifiée par  $x$  :

$$\begin{aligned}x + \frac{5}{3} - \frac{5}{3} &\geq -\frac{5}{6} - \frac{5}{3} \\x &\geq -\frac{10}{12} - \frac{20}{12} \\x &\geq -\frac{30}{12} \text{ ou encore } x \geq -\frac{5}{2}\end{aligned}$$

On sait que  $3,141592 \leq \pi \leq 3,141593$ .

En déduire un encadrement de  $\pi - 3$  :

$$\begin{aligned}3,141592 &\leq \pi \leq 3,141593 \\3,141592 - 3 &\leq \pi - 3 \leq 3,141593 - 3 \\0,141592 &\leq \pi - 3 \leq 0,141593\end{aligned}$$

#### 2) Effet de la multiplication et de la division par un nombre strictement positif

Soient  $a$ ,  $b$  et  $c$  trois nombres relatifs.

• Si  $c > 0$ , alors les nombres  $a \times c$  et  $b \times c$  sont rangés dans le même ordre que  $a$  et  $b$ .

si  $a < b$  et  $c > 0$ , alors  $a \times c < b \times c$

• Si  $c > 0$ , alors les nombres  $a \div c$  et  $b \div c$  sont rangés dans le même ordre que  $a$  et  $b$ .

si  $a < b$  et  $c > 0$ , alors  $a \div c < b \div c$

Exemples :

On sait que  $x \leq 11$ .

En déduire une inégalité vérifiée par  $3x$  :

$$\begin{aligned} x &\leq 11 \\ x \times 3 &\leq 11 \times 3 \\ 3x &\leq 33 \end{aligned}$$

On sait que  $3,141592 \leq \pi \leq 3,141593$ .

En déduire un encadrement de  $2\pi$  :

$$\begin{aligned} 3,141592 &\leq \pi \leq 3,141593 \\ 3,141592 \times 2 &\leq \pi \times 2 \leq 3,141593 \times 2 \\ 6,283184 &\leq 2\pi \leq 6,283186 \end{aligned}$$

### 3) Effet de la multiplication et de la division par un nombre strictement négatif

Soient  $a$ ,  $b$  et  $c$  trois nombres relatifs.

• Si  $c < 0$ , alors les nombres  $a \times c$  et  $b \times c$  sont rangés dans l'ordre inverse de  $a$  et  $b$ .

si  $a < b$  et  $c < 0$ , alors  $a \times c > b \times c$

• Si  $c < 0$ , alors les nombres  $a \div c$  et  $b \div c$  sont rangés dans l'ordre inverse de  $a$  et  $b$ .

si  $a < b$  et  $c < 0$ , alors  $a \div c > b \div c$

Exemples :

On sait que  $x \leq 11$ .

En déduire une inégalité vérifiée par  $-5x$  :

$$\begin{aligned} x &\leq 11 \\ x \times (-5) &\leq 11 \times (-5) \\ -5x &\geq -55 \end{aligned}$$

On sait que  $3,141592 \leq \pi \leq 3,141593$ .

En déduire un encadrement de  $-2\pi$  :

$$\begin{aligned} 3,141592 &\leq \pi \leq 3,141593 \\ 3,141592 \times (-2) &\geq \pi \times (-2) \geq 3,141593 \times (-2) \\ -6,283184 &\geq 2\pi \geq -6,283186 \end{aligned}$$

## 4. Troncature, arrondi et encadrement

Exemple :  $\frac{235}{13} \approx 18,0769230769\dots$

	Troncature	Arrondi	Encadrement
à l'unité	18	18	$18 < \frac{235}{13} < 19$
au dixième	18	18,1	$18 < \frac{235}{13} < 18,1$
au centième	18,07	18,08	$18,07 < \frac{235}{13} < 18,08$