CORRECTION DU BREVET 2013

Troisième	*Pondichéry*

Exercice 1

1) $\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)=\left(\sqrt{5}\right)^2-1^2=5-1=4$, et 4 est un nombre entier.

L'affirmation 1 est vraie.

2) 4 admet trois diviseurs : 1 ; 2 et 4. **L'affirmation 2 est fausse**.

3) Un cube a 6 faces ; un pavé droit a 6 faces et une pyramide à base carrée a 5 faces.
Or $6+6+5=17$. **L'affirmation 3 est vraie**.

4) Les droites (BD) et (AC) sont sécantes en O.

$\dfrac{OD}{OB}=\dfrac{3,5}{2}=1,75$ et $\dfrac{OC}{OA}=\dfrac{5}{2,8}\approx 1,79$. Par suite, $\dfrac{OD}{OB}\neq\dfrac{OC}{OA}$.

Or, si les droites (AB) et (CD) étaient parallèles, d'après le théorème de Thalès, il y aurait égalité des deux rapports précédents. Donc **l'affirmation 4 est fausse**.

Exercice 2

1) Il y a 1 plantule qui a pour taille 0 cm, 2 plantules qui ont pour taille 8 cm et 2 plantules qui ont pour taille 12 cm. Donc **5 plantules ont une taille qui mesure au plus 12 cm**.

2) L'étendue est la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale. Or $22-0=22$.
Donc **l'étendue de cette série est égale à 22**.

3) $\bar{x}=\dfrac{0\times1+8\times2+12\times2+14\times4+16\times2+17\times2+18\times3+19\times3+20\times4+21\times4+22\times2}{29}$.

$\bar{x}=\dfrac{481}{29}\approx 16,6$. Donc **la taille moyenne d'une plantule est d'environ 16,6 cm**.

4) On calcule $\dfrac{N}{2}=\dfrac{29}{2}=14,5$. La médiane de cette série est la 15ème valeur de la série rangée dans l'ordre croissant.
On cumule les effectifs jusqu'à dépasser 15 : $1+2+2+4+2+2+3=16$.
La 15ème valeur est 18. Donc **18 est la médiane de cette série statistique**.

5) $29-5=24$; il y a donc 24 plantules qui ont une taille supérieure ou égale à 14 cm.
Or $\dfrac{24}{29}\times100\approx 83$. Par conséquent, **il y a environ 83 % des élèves de la classe qui ont bien respecté le protocole**.

6) Si on ajoute la donnée du professeur à cette série, elle contiendra alors 30 valeurs.
Dans ce cas, $\dfrac{N}{2}=\dfrac{30}{2}=15$. Une médiane de la série est une valeur comprise entre les 15ème et 16ème valeurs de la série rangée dans l'ordre croissant.

- Si la donnée du professeur est inférieure ou égale à 17 cm, alors la 15ème valeur est 18 et la 16ème valeur est 18. Par suite, la médiane sera égale à 18.
- Si la donnée du professeur est égale à 18 cm, la 15ème valeur est 18 et la 16ème valeur est 18. Par suite, la médiane sera égale à 18.

• Si la donnée du professeur est supérieure ou égale à 19 cm, alors la 15ème valeur est 18 et la 16ème valeur est 18. Par suite, la médiane sera égale à 18.
Par conséquent, **si on ajoute la donnée du professeur à cette série, la médiane sera toujours égale à 18**.

Exercice 3

1) $P = mg = 70 \times 9,8 = 686$.
Donc **le poids sur Terre d'un homme ayant une masse de 70 kg est égal à 686 Newton**.

2) a) $\frac{5,1}{3} = 1,7$; $\frac{17}{10} = 1,7$; $\frac{42,5}{25} = 1,7$; $\frac{68}{40} = 1,7$ et $\frac{93,5}{55} = 1,7$.
Comme tous les quotients précédents sont égaux, alors **le tableau est un tableau de proportionnalité**.

b) $g_L = \frac{P}{m} = 1,7$. **L'accélération de la pesanteur sur la lune, notée g_L, est égale à 1,7**.

c) $P = mg = 70 \times 1,7 = 119$. Ainsi le poids sur la Lune d'un homme ayant une masse de 70 kg est égal à 119 Newton. Or $\frac{686}{119} \approx 5,8$.
Donc **c'est vrai que l'on pèse environ 6 fois moins lourd sur la Lune que sur la Terre**.

3) a) Dans le triangle BCD rectangle en D, on sait que $\widehat{BCD} = 4,3°$ et $CD = 29$ km.
Or $[BD]$ et $[CD]$ sont respectivement le côté opposé à $\widehat{BCD}$ et le côté adjacent à $\widehat{BCD}$;
d'où : $\tan\left(\widehat{BCD}\right) = \frac{BD}{CD}$.
Alors $\tan(4,3°) = \frac{BD}{29}$. Par suite, $BD = 29 \times \tan(4,3°) \approx 2,2$.
La profondeur BD du cratère est égale à environ 2,2 km.

b) On réalise un tableau de proportionnalité :

Longueur (en km)	29	?
Pourcentage	20	100

$? = \frac{29 \times 100}{20} = 145$

La longueur AB du diamètre du cratère est égale à 145 km.

Exercice 4

1) On remplace x par 6 dans l'expression $2x^2 - 3x - 9$:
$$2 \times 6^2 - 3 \times 6 - 9 = 2 \times 36 - 18 - 9 = 72 - 27 = 45.$$
Si on tape le nombre 6 dans la cellule A17, on obtiendra la valeur 45 dans la cellule B17.

2) **Les solutions de l'équation $2x^2 - 3x - 9 = 0$ sont $-1,5$ et 3**.

3) L'aire d'un rectangle est égale à $\text{longueur} \times \text{largeur}$, c'est-à-dire à $AB \times AD$.
Or $AB \times AD = (2x+3)(x-3) = 2x \times x - 2x \times 3 + 3 \times x - 3 \times 3 = 2x^2 - 6x + 3x - 9 = 2x^2 - 3x - 9$
D'après le tableur, il y a deux valeurs de x pour lesquelles l'aire du rectangle est égale à 5 cm^2 : $x = -2$ et $x = 3,5$.
Or $x = -2$ est impossible. En effet, dans ce cas, $AC = x - 3 = -2 - 3 = -5$ et il est impossible qu'une distance soit négative.
L'aire du rectangle est donc égale à 5 cm^2 lorsque $x = 3,5$.

Exercice 5

1) a) $V_{pyramide} = \dfrac{\textit{aire de la base} \times \textit{hauteur}}{3}$. D'où $108 = \dfrac{\textit{aire de la base} \times 9}{3} = 3 \times \textit{aire de la base}$.

Par suite, $\textit{aire de la base} = \dfrac{108}{3} = 36$. Donc **l'aire du carré ABCD est égale à 36 cm²**.

b) L'aire d'un carré est égale à c^2 où c est le côté ; d'où $c^2 = 36$.
Donc $c = \sqrt{36} = 6$ ou $c = -\sqrt{36} = -6$. Or une distance n'est jamais négative.
Par conséquent, $\mathbf{AB = 6\ cm}$.

c) Le périmètre du triangle ABC est égal à $\text{AB} + \text{BC} + \text{AC} = 6 + 6 + \text{AC} = 12 + \text{AC}$.
Calculons AC.
Dans le triangle ABC rectangle en B (puisque ABCD est un carré), d'après le théorème de Pythagore, on a : $\text{AC}^2 = \text{AB}^2 + \text{BC}^2$.
D'où $\text{AC}^2 = 6^2 + 6^2 = 36 + 36 = 72$; par suite, $\text{AC} = \sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ cm
Donc **le périmètre du triangle ABC est égal à $12 + 6\sqrt{2}$ cm**.

2) a) Comme $\dfrac{\textit{aire}(\text{MNOP})}{\textit{aire}(\text{ABCD})} = \dfrac{4}{36} = \dfrac{1}{9} = \left(\dfrac{1}{3}\right)^2$, alors SMNOP est une réduction de la pyramide SABCD avec un rapport égal à $\dfrac{1}{3}$. Par suite, le volume de SMNOP est égal au volume de SABCD multiplié par $\left(\dfrac{1}{3}\right)^3$: $108 \times \left(\dfrac{1}{3}\right)^3 = 108 \times \dfrac{1^3}{3^3} = \dfrac{108 \times 1}{27} = 4$.
Par conséquent, **le volume de la pyramide SMNOP est égal à 4 cm³**.

b) SMNOP est une réduction de la pyramide SABCD avec un rapport égal à $\dfrac{1}{3}$.
Ainsi, pour obtenir les longueurs de la pyramide SMNOP, on divise celles de SABCD par 3.
D'où : $\text{MN} = \dfrac{\text{AB}}{3}$, $\text{NO} = \dfrac{\text{BC}}{3}$ et $\text{MO} = \dfrac{\text{AC}}{3}$.

Par suite, $\text{MN} + \text{NO} + \text{MO} = \dfrac{\text{AB}}{3} + \dfrac{\text{BC}}{3} + \dfrac{\text{AC}}{3} = \dfrac{\text{AB} + \text{BC} + \text{AC}}{3}$. Donc **Élise a raison**.

Exercice 3

1) 255 jours $= 255 \times 24$ heures $= 6\,120$ heures. **Le vol a donc duré 6 120 heures**.

2) $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{560\ 000\ 000 \text{ km}}{6\ 120 \text{ h}} \approx 91\ 500 \text{ km/h}$.
La vitesse moyenne du Rover était d'environ 91 500 km/h.

3) $t = \dfrac{d}{v} = \dfrac{248 \times 10^6 \text{ km}}{300\ 000 \text{ km/s}} = \dfrac{248 \times 10^6}{3 \times 10^5} \text{ s} = \dfrac{248 \times 10^{6-5}}{3} \text{ s} = \dfrac{248 \times 10^1}{3} \text{ s} = \dfrac{2\ 480}{3} \text{ s}$.

Or 1 min = 60 s, alors $t = \left(\dfrac{2\ 480}{3} \div 60\right) \text{ s} \approx 14$ min.
D'où : 7 h 48 min + 14 min = 8 h 02 min.
Donc, **les premières images sont parvenues au centre de la NASA le 6 août 2012 à 8 h 02 min**.