CORRECTION DU BREVET 2012

Troisième	Amérique du Sud

I - ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

Exercice 1

1) $(3x+5)^2 = (3x)^2 + 2\times 3x\times 5 + 5^2 = 9x^2 + 30x + 25$.

2) $16x^2 - 49 = (4x)^2 - 7^2 = (4x-7)(4x+7)$.

3) $\dfrac{\sqrt{48}}{2} = \dfrac{\sqrt{16\times 3}}{2} = \dfrac{\sqrt{16}\times\sqrt{3}}{2} = \dfrac{4\times\sqrt{3}}{2} = \dfrac{2\times\cancel{2}\times\sqrt{3}}{\cancel{2}} = 2\sqrt{3}$.

4) **La fonction $f : x \mapsto 5-4x$ est une fonction affine** car elle s'écrit sous la forme $f(x) = ax+b$ avec $a=-4$ et $b=5$.

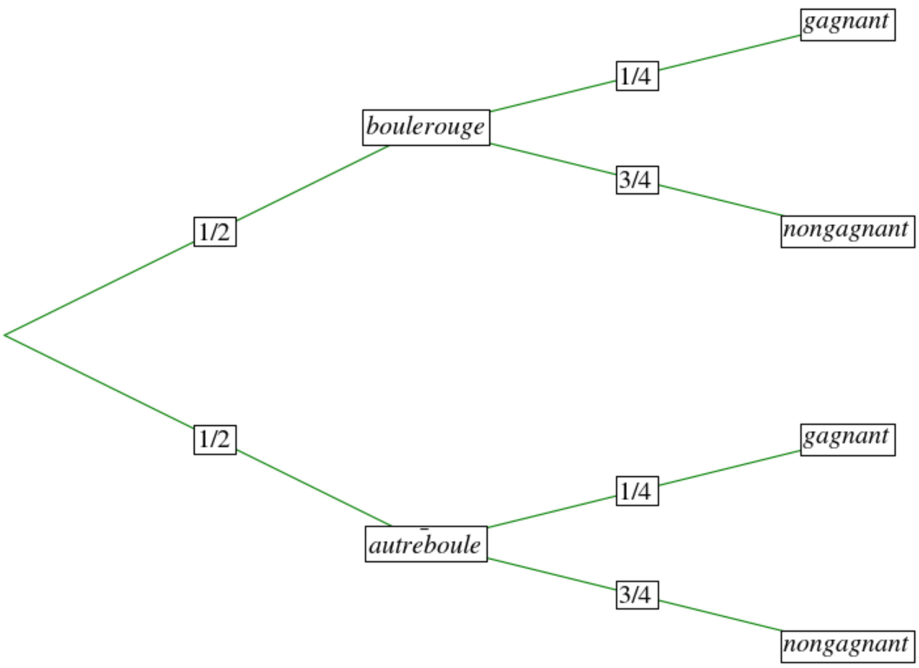
5) **L'écriture scientifique de 65 100 000 est $6,51\times 10^7$**.

Exercice 2

1) Le responsable annonce « 50% de chances de tirer une boule rouge ».
Il faut donc qu'il y ait autant de boules rouges que de boules vertes et blanches réunies.
Il y a donc 11 boules rouges dans l'urne.

2) Parmi les nombres entiers de 1 à 8, il y en a deux qui sont des multiples de 3 : 3 et 6.
Donc **la probabilité d'obtenir un multiple de 3 est $\dfrac{2}{8}$, c'est-à-dire $\dfrac{1}{4}$**.

2) On réalise l'arbre des possibles avec les probabilités :



La probabilité de gagner le gros lot est donc $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{8}$.

Exercice 3

1) Deux nombres sont premiers entre eux lorsque leur PGCD est égal à 1.
Or 555 et 240 sont tous deux divisibles par 5.
Par conséquent, **555 et 240 ne sont pas premiers entre eux**.

2) On recherche le PGCD des deux nombres 555 et 240.
On peut utiliser les algorithmes d'Euclide ou des différences successives.

D'après l'algorithme d'Euclide :

a	b	**reste**	**division euclidienne**
555	240	75	$555 = 2 \times 240 + 75$
240	75	15	$240 = 3 \times 75 + 15$
75	15	0	$75 = 5 \times 15 + 0$

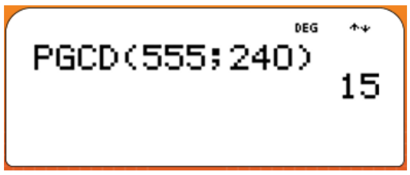
Le PGCD de 555 et 240 est le dernier reste non nul, c'est-à-dire 15.

D'après l'algorithme des différences successives :

a	b	$a-b$
555	240	315
315	240	75
240	75	165
165	75	90
90	75	15
75	15	60
60	15	45
45	15	30
30	15	15
15	15	0

Le PGCD de 555 et 240 est la dernière différence non nulle, c'est-à-dire 15.

La calculatrice nous permet également d'obtenir le PGCD de deux nombres :

Casio FX-92 Collège 2D+	**TI-Collège Plus**
	
Ce qui nous donné à l'écran :	
	

Par conséquent, $\frac{\mathbf{240}}{\mathbf{555}} = \frac{15 \times 16}{15 \times 37} = \frac{\mathbf{16}}{\mathbf{37}}$.

II – ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)

Exercice 1

1) • Cherchons l'aire du terrain.

$$aire_{terrain} = aire(ABDE) + aire(BDC) = AB \times BD + \frac{BD \times DC}{2} = 20 \times 40 + \frac{40 \times (50-20)}{2} = 800 + 600$$

Alors $aire_{terrain} = 1\ 400$. Donc le terrain a une superficie de 1 400 m^2.

• Cherchons le nombre de sacs de gazon nécessaire.
Il faut 1 kg de graines pour une superficie de 35 m^2.
$1\ 400 \div 35 = 40$; il faut alors 40 kg de gazon.
Un sac contient 15 kg de graines. $40 \div 15 \approx 2,7$; **il faudra donc acheter 3 sacs**.

2) • Il faut calculer le périmètre du quadrilatère ABCE.
Or ce périmètre est égal à : $AB + BC + CE + EA = 20 + BC + 50 + 40 = 110 + BC$.

• Comme le triangle BCD est rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$BC^2 = BD^2 + DC^2$.
Par suite, $BC^2 = 40^2 + 30^2 = 1\ 600 + 900 = 2\ 500$. Donc $BC = \sqrt{2\ 500} = 50$ m.

• Par conséquent, le périmètre du quadrilatère ABCE est égal à 160 m.
Comme il dispose de 150 m de grillage, **il ne pourra pas grillager tout le contour de son terrain**.

Exercice 2

La somme des angles des sommets d'un triangle est égale à 180°.
Alors $\widehat{ABI} + \widehat{BAI} + \widehat{AIB} = 180°$, et, par suite, $55° + 35° + \widehat{AIB} = 180°$ ou encore $90° + \widehat{AIB} = 180°$. Donc $\widehat{AIB} = 180° - 90° = 90°$.
Par conséquent, **le triangle ABI est rectangle en I**.

• Cherchons la distance du bateau A à l'île :

Dans le triangle rectangle ABI : $[AI]$ est le côté adjacent à l'angle $\widehat{BAI}$ et $[AB]$ est l'hypoténuse ; on va donc utiliser le cosinus de l'angle $\widehat{BAI}$.

On a : $\cos\left(\widehat{BAI}\right) = \frac{AI}{AB}$, c'est-à-dire $\cos(35°) = \frac{AI}{800}$.

On en déduit que $AI = 800 \times \cos(35°) \approx 655$.

La distance du bateau A à l'île est d'environ 655 m.

• Cherchons la distance du bateau B à l'île :

Dans le triangle rectangle ABI : $[BI]$ est le côté adjacent à l'angle $\widehat{ABI}$ et $[AB]$ est l'hypoténuse ; on va donc utiliser le cosinus de l'angle $\widehat{ABI}$.

On a : $\cos\left(\widehat{ABI}\right) = \frac{BI}{AB}$, c'est-à-dire $\cos(55°) = \frac{BI}{800}$.

On en déduit que $BI = 800 \times \cos(55°) \approx 459$.

La distance du bateau B à l'île est d'environ 459 m.

Remarque : On aurait également pu utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle ABI, rectangle en I, afin de calculer la distance BI.

Exercice 3

Les droites (EN) et (FM) sont sécantes en P, (EF) et (MN) sont parallèles ; d'après le théorème de Thalès, $\frac{PE}{PN} = \frac{PF}{PM} = \frac{EF}{MN}$, c'est-à-dire, $\frac{2}{5} = \frac{PF}{PM} = \frac{3}{MN}$.

D'où : $\frac{2}{5} = \frac{3}{MN}$. Ainsi $2 \times MN = 3 \times 5 = 15$.

Donc $\mathbf{MN} = \frac{15}{2} = \mathbf{7,5}$.

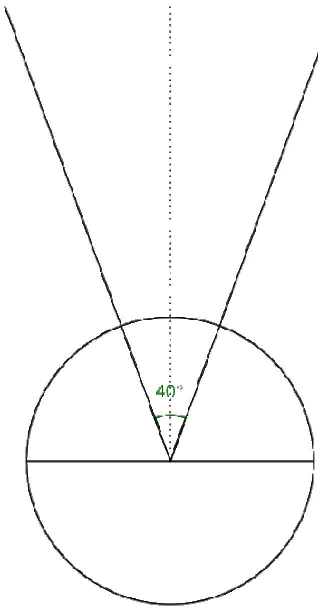
III – PROBLÈME (12 points)

Partie 1 : le cercle de lancer

1) $\mathcal{A}_{disque} = \pi \times R^2 = \pi \times 1{,}07^2 = \mathbf{1{,}1449\pi\ m^2 \approx 3{,}6\ \ m^2}$.

2) Comme le cercle et la zone de lancer sont à l'échelle $1/56$, alors il faut multiplier les distances réelles par $1/56$ pour obtenir celles du dessin.

Or $214 \times \dfrac{1}{56} \approx 3{,}8$ cm ; d'où le cercle aura pour rayon 1,9 cm.



Partie 2 : le poids

$$V_{poids} = \frac{4 \times \pi \times R^3}{3} = \frac{4 \times \pi \times 6^3}{3} = \frac{4 \times \pi \times 216}{3} = 288 \times \pi \approx 905\ \ \text{cm}^3.$$

Comme ce poids a une masse volumique égale à 8 g/cm^3, alors la masse de ce poids est égale à environ : $8 \times 905 = 7\ 240$ g $= 7{,}240$ kg.

Comme $7{,}240 < 7{,}26$, alors **ce poids ne vérifie pas les conditions nécessaires pour être utilisé en compétition pour un homme**.

Comme le diamètre de ce poids est supérieur à 110 mm, **il ne vérifie pas les conditions nécessaires pour être utilisé en compétition pour une femme**.

Partie 3 : trajectoires

1) **Le poids est lâché à 2 mètres de hauteur**.

2) **La longueur du jet est la plus grande lorsque le poids est lancé avec un angle de 40°. Dans ce cas, la distance obtenue pour ce lancer est de 19 m**.

3) **Le poids monte le plus haut lorsqu'il est lancé avec un angle de 60°.**
Dans ce cas, la hauteur maximum obtenue pour ce lancer est d'environ 8,5 m.

Partie 4 : performances

1) **L'athlète de la Pologne a réalisé un lancer d'une longueur de 21,51 m**.
L'athlète des États-Unis a réalisé un lancer d'une longueur de 21,09 m.
L'athlète de la Biélorussie a réalisé un lancer d'une longueur de 21,05 m.

2) $\overline{x}=\dfrac{20,06+20,53+21,09+19,67+20,98+20,42+21,51+21,04+20,41+20,63+21,05}{11}$

$\overline{x}=\dfrac{227,39}{11}\approx 20,67$. **La longueur de lancer moyenne de cette finale est de 20,67 m**.

3) On range les valeurs dans l'ordre croissant : 19,67 ; 20,06 ; 20,41 ; 20,42 ; 20,53 ; 20,63 ; 20,98 ; 21,04 ; 21,05 ; 21,09 et 21,51.

$\dfrac{N}{2}=\dfrac{11}{2}=5,5$. Alors la médiane occupe le 6ème rang des valeurs rangées dans l'ordre croissant. Donc la médiane de cette série est 20,63.

L'ukrainien Yurly Bilonoh a réussi un lancer d'une longueur de 20,63 m.

4) Il y a 4 lancers qui ont une longueur supérieure à 21 m.

Or $\dfrac{4}{11}\times 100\approx 36,36$; d'où **environ 36,36 % de lanceurs ont franchi les 21 m**.