CORRECTION DU BREVET 2012

Troisième	*Amérique du Nord*

I - ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

Exercice 1

1) **L'affirmation 1 est vraie**.

En effet, un nombre est décimal s'il peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{10^n}$ où a est un nombre et n un entier. Or $\frac{1}{8}=0{,}125=\frac{125}{1\,000}=\frac{125}{10^3}$.

2) **L'affirmation 2 est fausse**.
En effet, 72 a pour diviseurs 1 ; 72 ; 2 ; 36 ; 3 ; 24 ; …… 72 a donc au moins six diviseurs.
Il en a même 12.

3) **L'affirmation 3 est vraie**.
En effet, $(n-1)(n+1)+1=\left(n^2-1^2\right)+1=n^2-1+1=n^2$.

4) **L'affirmation 4 est fausse**.
En effet, 3 et 9 sont des nombres impairs, et leur PGCD est 3. Or deux nombres sont premiers entre eux si leur PGCD est égal à 1.

Exercice 2

1) Calculons le nombre moyen de livres empruntés dans la classe n°1.
Ce nombre moyen est égal à : $\frac{1+2\times4+3\times8+6\times5+7\times3}{1+4+8+5+3}=\frac{1+8+24+30+21}{21}=\frac{84}{21}=4$.
Donc, **les nombres moyens de livres empruntés dans les deux classes sont égaux**.

2) Dans la classe n°1, il y a 8 « grands lecteurs ».
Dans la classe n°2, la médiane est égale à 5. Or une médiane partage la population en deux parties d'effectifs égaux ; ce qui signifie qu'il y a 12 « grands lecteurs » dans la classe n°2 (puisqu'il y a 25 élèves).
Par conséquent, **il y a plus de « grands lecteurs » dans la classe n°2**.

3) **C'est dans la classe n°2 que se trouve l'élève ayant emprunté le plus de livres**.
En effet, l'étendue dans la classe n°2 est égale à 8. Or l'étendue est la différence de la valeur maximale et de la valeur minimale. Alors, s'il y a des élèves qui n'empruntent aucun livre, le nombre maximal de livres empruntés sera 8.
Or le nombre maximal de livres empruntés dans la classe n°1 est 7.

Exercice 3

Au bout d'une heure, il y a 2 cellules.
Au bout de 2 heures, ces deux cellules se sont divisées en 2 ; il y en donc 4 au total, c'est-à-dire 2^2.
Au bout de 3 heures, ces quatre cellules se sont divisées en 2 ; il y en donc 8 au total, c'est-à-dire 2^3.
On peut donc conjecturer qu'au bout de n heures, il y aura 2^n cellules
Cherchons donc l'entier n pour que 2^n soit supérieur à 200.
Or $2^7=128$ et $2^8=256$. **Léa observera donc plus de 200 cellules au bout de 8 heures**.

II – ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)

Exercice 1

Les droites (AG) et (BG) sont sécantes sécantes en G ; D est un point de la droite (AG) et C est un point de la droite (BG). Comme les droites (CD) et (AB) sont parallèles, d'après le théorème de Thalès, les triangles AGB et CGD ont leurs côtés associés proportionnels.

On en déduit que : $\dfrac{GD}{GA}=\dfrac{GC}{GB}=\dfrac{CD}{AB}$, c'est-à-dire $\dfrac{30}{45}=\dfrac{30}{45}=\dfrac{CD}{51}$.

D'où $45\times CD=30\times 51$. Par suite, $CD=\dfrac{30\times 51}{45}=34$.

La longueur CD de l'assise est donc égale à 34 cm.

Remarque : on pourrait dire, après avoir justifié que l'on trouve deux triangles en situation de Thalès, que le triangle GCD est une réduction du triangle GAB de rapport $\dfrac{30}{45}=\dfrac{15\times 2}{15\times 3}=\dfrac{2}{3}$.

D'où $CD=AB\times\dfrac{2}{3}=51\times\dfrac{2}{3}=34$.

Exercice 2

1) a) Le volume d'un cylindre est égal à $\pi\times R^2\times h$ où R est le rayon de la base et h la hauteur. D'où $V=\pi\times 1{,}5^2\times 6=\pi\times 2{,}25\times 6=\pi\times 13{,}5$.

Donc **la valeur exacte du volume V du cylindre est égale à $13{,}5\pi$**.

b) Le sablier est composé de deux cônes identiques. D'où :

$$V_1=2\times\frac{\text{aire de la base}\times\text{hauteur}}{3}=2\times\frac{\pi\times R^2\times h}{3}=2\times\frac{\pi\times 1{,}5^2\times\cancel{3}}{\cancel{3}}=2\times\pi\times 2{,}25=4{,}5\times\pi.$$

Donc **la valeur exacte du volume V_1 du sablier est égale à $4{,}5\pi$**.

c) $\dfrac{4{,}5\pi}{13{,}5\pi}=\dfrac{4{,}5\pi\times 10}{13{,}5\pi\times 10}=\dfrac{45\cancel{\pi}}{135\cancel{\pi}}=\dfrac{45}{135}=\dfrac{45}{3\times 45}=\dfrac{1}{3}$.

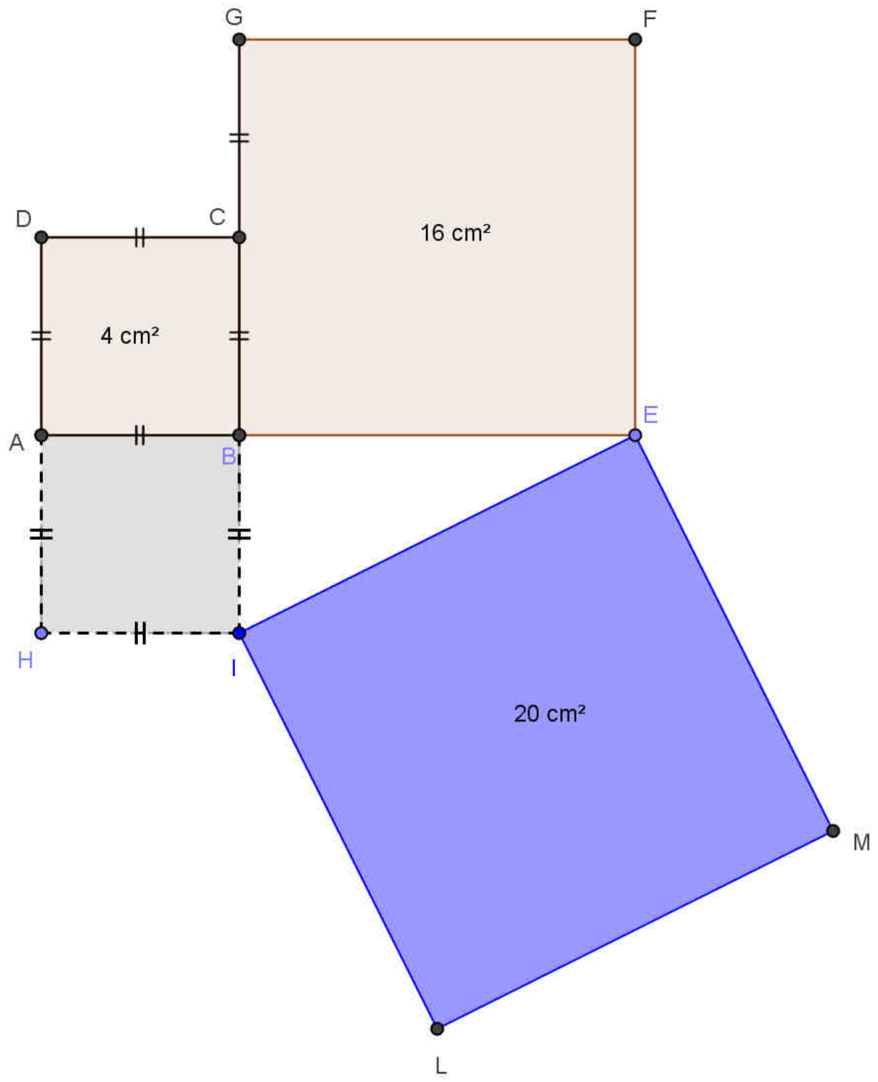
Le volume du sablier accupe donc $\dfrac{1}{3}$ du volume du cylindre.

2) $\text{débit}=\dfrac{540\text{ cm}^3}{1\text{ h}}=\dfrac{540\text{ cm}^3}{60\text{ min}}=\dfrac{9\times\cancel{60}\text{ cm}^3}{\cancel{60}\text{ min}}=\dfrac{9\text{ cm}^3}{1\text{ min}}=\dfrac{27\text{ cm}^3}{3\text{ min}}$.

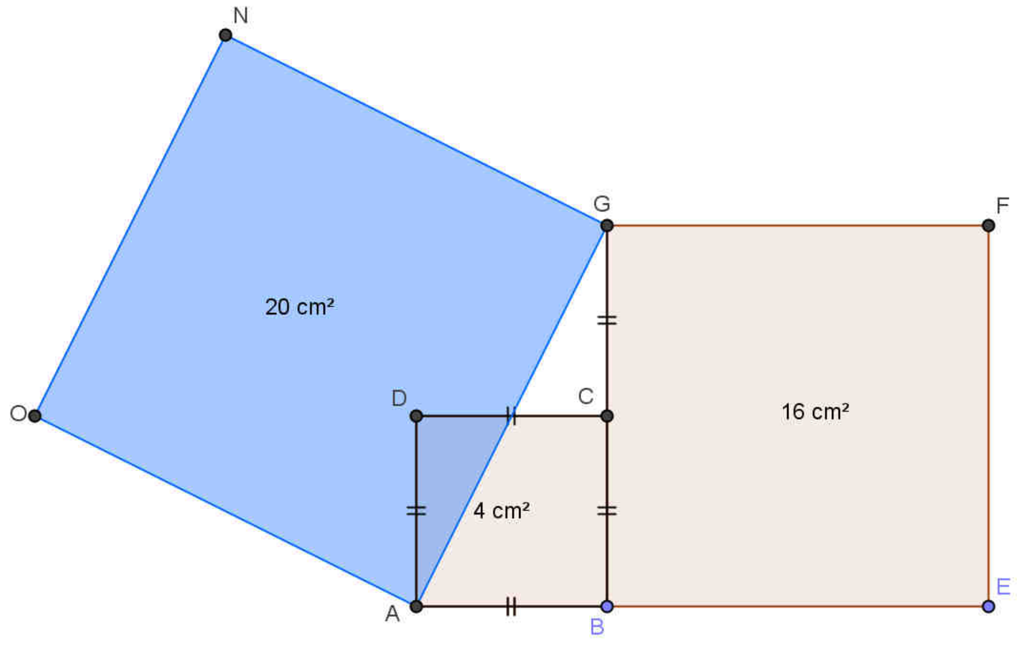
Le temps mesuré par le sabler sera donc de 3 minutes.

Exercice 3

C'est une application du théorème de Pythagore.
Construisons le symétrique du carré $ABCD$ par apport à la droite (AB). D'après une propriété d'une symétrie axiale, les carrés $ABCD$ et $ABIH$ ont la même aire 4 cm^2.
D'après le théorème de Pythagore, $BI^2+BE^2=IE^2$.
Or BI^2 est l'aire du carré $ABCE$, BE^2 est l'aire du carré $BEFG$ et IE^2 est l'aire du plus grand carré. C'est donc la réponse au problème posé.



Autre possibilité :



III – PROBLÈME (12 points)

Partie 1 : l'inscription des élèves

1) Les élèves concernés par cet échange sont les élèves de 3e qui étudient l'espagnol en seconde langue. Remplissons le tableau :

Seconde langue étudiée	4e	3e	Total
Espagnol	84	**78** (5)	**162** (3)
Allemand	22	24	**46** (2)
Italien	62	50	**112** (3)
Total	**168** (1)	**152** (4)	320

(1) : $84+22+62=168$; (2) : $22+24=46$; (3) : $62+50=112$;
(4) : $320-168=152$; (5) : $152-(50+24)=78$; (6) : $84+78=162$.

162 élèves peuvent être concernés par ce voyage.

2) $\frac{24}{162}\times 100\approx 14,8$. **14,8 % des élèves de 3e vont participer à ce voyage, ce qui représente bien plus de 12 % des élèves de 3e**.

Partie 2 : le financement

1) a) $50\div 4=12,5$. Or $500\times 12,5=6\ 250\text{ g}=6,250\text{ kg}$, $400\times 12,5=5\ 000\text{ g}=5\text{ kg}$, $2\times 12,5=25$ oignons et $65\times 12,5=812,5\text{ g}=5\text{ kg}$.
Pour ce repas, il faut donc 6,250 kg de bœuf haché, 5 kg de haricots rouges, 25 oignons et 812,5 g de concentré de tomate.

b) $50\times 15=750$. Ils ont récolté 750 €.
Mais ils ont dépensé 261 € pour ce repas. Or $750-261=489$.
Le bénéfice réalisé est donc de 489 €.

2) Un élève achète un ticket au hasard ; il s'agit d'une situation d'équiprobabilité.
a) Il y a trois tickets gagnants parmi les 720 vendus ; **la probabilité de gagner l'un des lots est égale à** $\frac{3}{720}=\frac{3}{3\times 240}=\mathbf{\frac{1}{240}}$.
b) Il y a un ticket gagnant parmi les 720 vendus ; **la probabilité de gagner la mini-chaîne Hifi est égale à** $\mathbf{\frac{1}{720}}$.

3) $720\times 2+489=1\ 440+489=1\ 929$.
La somme récupérée par les deux actions est donc de 1 929 €.

Partie 3 : le voyage

1) On réalise l'opération : $770,30-(1929\div 24)=689,925\approx 690$.
Il est demandé 690 € de participation à chaque élève pour les billets d'avion.

2) $v=\frac{80\text{ km}}{1\text{ h}}=\frac{256\text{ km}}{3,2\text{ h}}$ car $256\div 80=3,2$. Or $0,2\text{ h}=0,2\times 60\text{ min}=12\text{ min}$.
De plus, $11\text{ h }30-3\text{ h }12=8\text{ h }18$. **Le bus pourra partir jusqu'à 8 h 12 de Caen**.

3) a) $17\text{ h }24+7\text{ h}=24\text{ h }24$. Quand l'avion arrive à Mexico, il est 24 h 24 à Paris.
Or $24\text{ h }24-13\text{ h }30=23\text{ h }84-13\text{ h }30=10\text{ h }54$.

La durée du trajet en avion est donc de 10 h 54.

b) $v = \dfrac{9\ 079\ \text{km}}{10\ \text{h}\ 54}$. Or $\dfrac{54}{60} = 0,9$, alors 54 min = 0,9 h.

D'où : $v = \dfrac{9\ 079\ \text{km}}{10,9\ \text{h}} = \dfrac{(9\ 079 \div 10,9)\ \text{km}}{(10,9 \div 10,9)\ \text{h}} = \dfrac{(9\ 079 \div 10,9)\ \text{km}}{1\ \text{h}} \approx \dfrac{833\ \text{km}}{1\ \text{h}}$.

La vitesse moyenne de l'avion est d'environ 833 km/h.