CORRECTION DU BREVET 2011

Troisième	*Métropole*

I - ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

Exercice 1

1) a) **La fréquence d'apparition de la couleur jaune est égale à $\frac{20}{100}$, ou encore 0,2**.

b) **La fréquence d'apparition de la couleur noire est égale à $\frac{30}{100}$, ou encore 0,3**.

2) Comme le dé est équilibré, il s'agit d'une situation d'équiprobabilité. La probabilité d'un événement est alors égale à $\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$.

a) Il y a une face jaune sur les six, alors **la probabilité d'obtenir la couleur jaune est égale à $\frac{1}{6}$**.

b) Il y a deux faces noires sur les six, alors **la probabilité d'obtenir la couleur jaune est égale à $\frac{2}{6}$, ou encore $\frac{1}{3}$**.

3) **La probabilité est la fréquence théorique vers laquelle se rapproche la fréquence de réalisation d'un événement, lorsqu'on effectue un très grand nombre de fois une expérience aléatoire**.

Exercice 2

Choix des inconnues :

Soit x le prix d'un triangle en métal et y le prix d'un triangle en verre.

Mise en équations :

Le bijou n°1 contient 4 triangles en métal et 4 triangles en verre et coûte 11 € ; alors on obtient l'égalité : $4x+4y=11$, ou encore $4(x+y)=11$, c'est-à-dire $x+y=\frac{11}{4}=2{,}75$.

Le bijou n°2 contient 2 triangles en métal et 6 triangles en verre et coûte 9,10 € ; alors on obtient l'égalité : $2x+6y=9{,}10$, ou encore $2(x+3y)=9{,}10$, c'est-à-dire

$x+3y=\frac{9{,}10}{2}=4{,}55$.

On est donc amené à résoudre le système : $\begin{cases} x+y=2{,}75 \\ x+3y=4{,}55 \end{cases}$.

Résolution du système d'équations :

$$\begin{cases} x+y=2{,}75 \\ x+3y=4{,}55 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2,75 - y \\ (2,75 - y) + 3y = 4,55 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2,75 - y \\ 2y = 4,55 - 2,75 = 1,80 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2,75 - y = 2,75 - 0,90 = 1,85 \\ y = \dfrac{1,80}{2} = 0,90 \end{cases}$$

On en déduit qu'**un triangle en métal coûte 1,85 € et qu'un triangle en verre coûte 0,90€**.

Cherchons le prix du bijou n°3 qui contient 5 triangles en verre et 3 en métal :
$5 \times 0,90 + 3 \times 1,85 = 4,50 + 5,55 = 10,05$.
Le bijou n°3 coûte donc 10,05 € .

Exercice 3

1) ***Affirmation 1*** : $(2a+3)^2 = (2a)^2 + 2 \times 2a \times 3 + 3^2 = 4a^2 + 12a + 9$.
Cette affirmation est donc fausse car il manque « le double produit ».

Affirmation 2 : Soit x le prix de départ.

Augmenter le prix de 20 % revient à le multiplier par 1,2 ; en effet, $1 + \dfrac{20}{100} = 1 + 0,2 = 1,2$.

D'où, après l'augmentation de 20 %, le prix de l'article sera égal à $x \times 1,2$.

Diminuer le prix d'un article de 20 % revient à le multiplier par 0,8 ; en effet,
$1 - \dfrac{20}{100} = 1 - 0,2 = 0,8$.
Par suite, le prix de l'article après la réduction de 20 % sera égal à $(x \times 1,2) \times 0,8$, c'est-à-dire $x \times 0,96$ et non x.
Cette affirmation est donc fausse car après l'augmentation et la remise, le prix initial a baissé de 4 %.

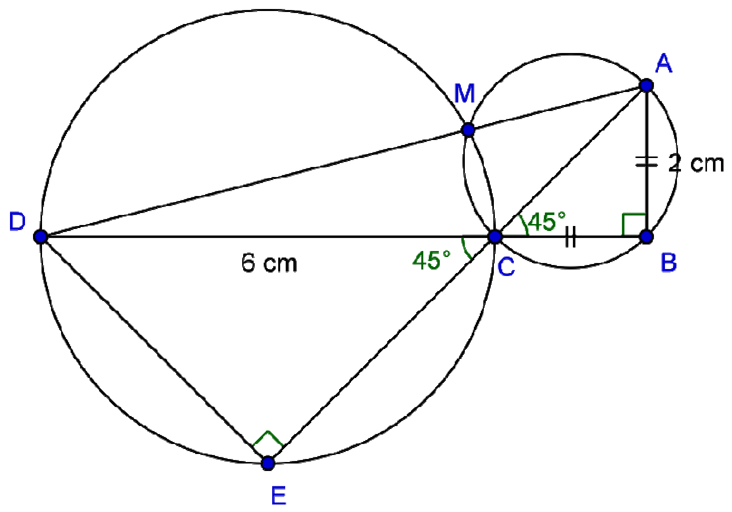
2) ***Égalité 1*** : $\dfrac{\sqrt{32}}{2} = \dfrac{\sqrt{16 \times 2}}{2} = \dfrac{\sqrt{16} \times \sqrt{2}}{2} = \dfrac{4 \times \sqrt{2}}{2} = \dfrac{2 \times \cancel{2} \times \sqrt{2}}{\cancel{2}} = 2\sqrt{2}$.
L'égalité 1 est donc vraie.

Égalité 2 : $10^5 + 10^{-5} = 100\ 000 + 0,00001 = 100\ 000,00001$. Or $10^0 = 1$.
L'égalité 2 est donc fausse.
Pour qu'elle soit vraie, il faut écrire : $\mathbf{10^5 + 10^{-5} = 100\ 000,00001}$.

II – ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)

Exercice 1

1)



2) a) D'après l'énoncé, le triangle ABC est rectangle et isocèle en B.
Or les angles à la base d'un triangle rectangle isocèle mesurent chacun 45°.
Par conséquent, **l'angle $\widehat{ACB}$ mesure 45°**.

b) Les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{DCE}$ sont opposés par le sommet ; ils ont donc la même mesure.
Or $\widehat{ACB}$ mesure 45°, alors **l'angle $\widehat{DCE}$ mesure 45°**.

3) Dans le triangle rectangle DCE, $\sin\left(\widehat{DCE}\right) = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{DCE}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{DE}{DC}$.

D'où : $\sin(45°) = \dfrac{DE}{6}$. Par suite, $\boldsymbol{DE} = 6 \times \sin(45°) \approx \mathbf{4{,}2\ cm}\ (\text{ou } \mathbf{4{,}3\ cm})$.

4) Le triangle DCE est rectangle en E.
Or si un triangle est rectangle, son cercle circonscrit a pour centre le milieu de son hypoténuse. **Le centre du cercle circonscrit au triangle DCE est donc le milieu de $[DC]$**

5) Les points D, A et M sont alignés si $\widehat{DMA} = 180°$. Or $\widehat{DMA} = \widehat{DMC} + \widehat{CMA}$.

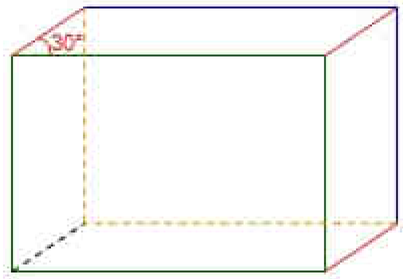
• Cherchons alors la mesure de $\widehat{DMC}$: M appartient au cercle $\mathscr{C}$.
Or si un triangle est inscrit dans un cercle dont un diamètre est un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle. On en déduit que le triangle DMC est rectangle en M.
Par suite, $\widehat{DMC} = 90°$.

• Cherchons alors la mesure de $\widehat{CMA}$: de même, M appartient au cercle $\mathscr{C}'$.
On en déduit que le triangle AMC est rectangle en M. Par suite, $\widehat{CMA} = 90°$.

• On en déduit que : $\widehat{DMA} = 90° + 90° = 180°$. **Les points D, A et M sont donc alignés**.

Exercice 2

1)



2) a) Un pavé droit de longueur *L*, de largeur *l* et de hauteur *h*, a pour volume : $\mathrm{V} = L \times l \times h$
D'où : $\mathrm{V} = 40 \times 20 \times 30 = 24\ 000$. **Le volume de ce pavé droit est donc égal à 24 000 cm^3**.

b) 1 litre correspond à 1 000 cm^3. Or $24\ 000 \div 1\ 000 = 24$.
Donc **l'aquarium contient 24 litres d'eau**.

3) Une boule de rayon *R* a pour volume : $\mathrm{V} = \dfrac{4}{3} \times \pi \times R^3$.

Or la boule a pour diamètre 30 cm, donc son rayon mesure 15 cm.

Par suite, $\boldsymbol{\dfrac{4}{3} \times \pi \times 15^3}$ **est le volume, en cm^3, d'une boule de diamètre 30 cm**.

4) Cherchons le volume d'eau du second aquarium : $\dfrac{3}{4} \times \left(\dfrac{4}{3} \times \pi \times 15^3\right) = \pi \times 15^3\ \text{cm}^3$.

Soit h la hauteur d'eau obtenue lorsqu'on remplit le premier aquarium.
On obtient l'égalité : $40 \times 20 \times h = \pi \times 15^3$. D'où :

$$h = \frac{\pi \times 15^3}{40 \times 20} = \frac{\pi \times 5 \times 3 \times \cancel{5} \times 3 \times \cancel{5} \times 3}{8 \times \cancel{5} \times 4 \times \cancel{5}} = \frac{\pi \times 5 \times 3 \times 3 \times 3}{8 \times 4} = \frac{135\pi}{32} \approx 13{,}2 \text{ cm} \quad (\text{ou } 13{,}3 \text{ cm}).$$

L'eau monte donc à une hauteur d'environ 13,2 cm (ou 13,3 cm).

III – PROBLÈME (12 points)

Partie I : La capacité à recueillir de l'eau de pluie

1) a) **Il y a eu le plus de précipitations en 1999**.

b) En 2009, il est tombé 867 litres d'eau de pluie par m^2.
Pour connaître la quantité d'eau tombée sur 5 m^2, on réalise l'opération : $867 \times 5 = 4\ 335$.
4 335 litres d'eau sont donc tombés sur 5 m^2 en 2007.

2) On réalise le calcul suivant :

$$\frac{1087+990+868+850+690+616+512+873+810+841+867}{11}=\frac{9004}{11}\approx 819 .$$

La quantité d'eau moyenne tombée en une année est d'environ 819 litres par m^2.

3) $13,9 \times 10 = 139$; **la surface au sol de cette maison est de 139 m^2**.

4) $\mathbf{V} = P \times S \times 0,9 = 867 \times 139 \times 0,9 = \mathbf{108\ 461,7\ litres}$.
Or $1 \text{ litre} = 1 \text{ dm}^3 = 0,001 \text{ m}^3$, alors $V = 108,4617 \text{ m}^3$.
Par conséquent, **108 m^3 est une valeur approchée de ce volume d'eau à 1 m^3 près**.

Partie II : Les besoins en eau

1) Une personne utilise en moyenne 115 litres d'eau par jour dont 41 litres pour les WC.
Or $\frac{41}{115} \times 100 = \frac{820}{23} \approx 36$.
Le pourcentage que représente l'eau utilisée pour les WC par rapport à la consommation totale est d'environ 36 %.

2) • Cherchons la quantité d'eau consommée par une famille composée de 4 personnes :

$$115 \times 4 \times 365 = 167\ 900 \text{ litres} = 167,9 \text{ m}^3 .$$

Une famille composée de 4 personnes consomme en moyenne 167,9 m^3 d'eau par an.

• 60 % de cette eau consommée peut être remplacée par de l'eau de pluie :

$$167,9 \times \frac{60}{100} = 100,74$$

Donc, **les besoins en eau de pluie de toute la famille pour une année de 365 jours est de 100,74 m^3, soit environ 100 m^3**.

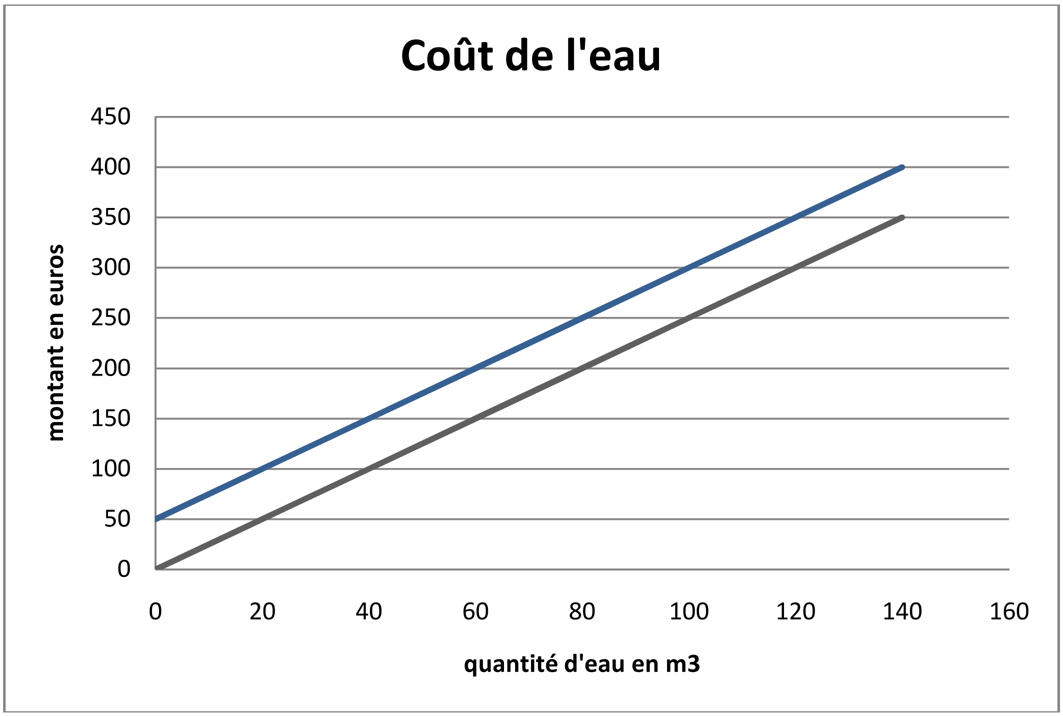
3) D'après la question 4) de la partie I, **la famille a récupéré environ 108 m^3 en 2009, ce qui aurait pu suffire à leurs besoins en eau**.

Partie III : Le coût de l'eau

1) a) D'après le graphique, **le prix payé pour 100 m^3 d'eau est d'environ 250 €**.

b) D'après le graphique, le prix de l'eau est proportionnel à la consommation d'eau. En effet, le graphique qui représente le prix (en €) en fonction de la consommation d'eau (en m^3) est une droite qui passe par l'origine du repère. Pour trouver le coefficient de linéarité, on réalise le calcul : $\frac{250}{100} = 2,5$. Par conséquent, $\boldsymbol{p(x) = 2,5\,x}$.

c)



2) La famille espère économiser 250 € par an alors que la citerne leur a coûté 910 €.
Or $910 \div 250 = 3,64$. Donc **les économies réalisées compenseront l'achat de la citerne au bout de 4 années**.