CORRECTION DU BREVET 2011	
Troisième	***Centres étrangers***

I - ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

Exercice 1

1) $A=(x-3)^2+(x-3)(1-2x)=x^2-2\times x\times 3+3^2+x\times 1-x\times 2x-3\times 1+3\times 2x$

$\boldsymbol{A}=x^2-6x+9+x-2x^2-3+6x=\boldsymbol{-x^2+x+6}$.

2) $A=(x-3)^2+(x-3)(1-2x)=\boxed{(x-3)}\times(x-3)+\boxed{(x-3)}(1-2x)$

$A=\boxed{(x-3)}\times[(x-3)+(1-2x)]=(x-3)[x-3+1-2x]$

Donc $\boldsymbol{A=(x-3)(-x-2)}$.

3) Résoudre l'équation $A=0$ revient à résoudre l'équation $(x-3)(-x-2)=0$.

Or *si un produit est nul, alors l'un de ses facteurs est nul.*

D'où $x-3=0$ ou $-x-2=0$.

$x-3=0$

On ajoute 3 à chacun des membres de cette égalité :

$x-3+3=0+3$

$x=3$

$-x-2=0$

On ajoute 2 à chacun des membres de cette égalité :

$-x-2+2=0+2$

Donc : $-x=2$

On divise par -1 chacun des membres de cette égalité :

$$\frac{-x}{-1}=\frac{2}{-1}$$

Donc : $x=-2$

Vérifications : • Pour $x=2$, $A=(3-3)(-3-2)=0\times(-5)=0$.

• Pour $x=-2$, $A=(-2-3)(-(-2)-2)=(-5)\times(2-4)=(-5)\times 0=0$.

L'équation $A=0$ admet donc deux solutions $x=3$ et $x=-2$.

Exercice 2

1) a) $A=\sqrt{27}+5\sqrt{12}-\sqrt{300}=\sqrt{9\times 3}+5\sqrt{4\times 3}-\sqrt{100\times 3}$.

$A=\sqrt{9}\times\sqrt{3}+5\times\sqrt{4}\times\sqrt{3}-\sqrt{100}\times\sqrt{3}=3\times\sqrt{3}+5\times 2\times\sqrt{3}-10\times\sqrt{3}=(3+10-10)\sqrt{3}$.

Donc $\boldsymbol{A=3\sqrt{3}}$. Sophie a alors raison.

b) **Le raisonnement d'Éric n'est pas correct** car il ne trouve que des valeurs approchées et l'affichage de la calculatrice ne permet pas de savoir si les chiffres situés après 423 sont les mêmes.

2) $B=\dfrac{10-\underline{\underline{9\times 2}}}{2}=\dfrac{10-18}{2}=\dfrac{-8}{2}=-4$. **C'est Éric qui a raison car $B=-4$.**

Sophie a fait une erreur dans la priorité des opérations.

Exercice 3

1) $\boldsymbol{v}=\dfrac{70\text{ km}}{132\text{ s}}=\dfrac{70\ 000\text{ m}}{132\text{ s}}=\dfrac{(70\ 000\div 132)\text{ m}}{1\text{ s}}\approx \mathbf{530\ m/s}$.

$\boldsymbol{v}=\dfrac{70\text{ km}}{132\text{ s}}=\dfrac{\left(70\times\dfrac{3\ 600}{132}\right)\text{ km}}{3600\text{ s}}\approx\dfrac{1\ 909\text{ km}}{1\text{ h}}\approx \mathbf{1909\ km/h}$.

On aurait pu aussi réaliser un tableau de proportionnalité :

Distance (en km)	70	**?**
Temps (en s)	132	3 600

$?=\dfrac{70\times 3\ 600}{132}\approx 1\ 909$

La vitesse moyenne de la fusée, durant la première phase du décollage, est d'environ 530 m/s, ou environ 1 909 km/h.

2) a) $v=\sqrt{\dfrac{13,4\times 10^{-11}\times 6\times 10^{24}}{6,4\times 10^{6}+1,9\times 10^{6}}}=\sqrt{\dfrac{13,4\times 6\times 10^{(-11)+24}}{(6,4+1,9)\times 10^{6}}}=\sqrt{\dfrac{13,4\times 6\times 10^{13}}{8,3\times 10^{6}}}=\sqrt{\dfrac{13,4\times 6\times 10^{13-6}}{8,3}}$

Alors $v=\sqrt{\dfrac{13,4\times 6\times 10^{7}}{8,3}}\approx 9\ 842$.

La vitesse de la fusée à cette altitude est d'environ 9 842 m/s.

b) $\boldsymbol{v}\approx \mathbf{9,842\times 10^{3}\ m/s}$.

II – ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)

Exercice 1

Montrons que ce triangle ABC est rectangle.
$AB^2 = 100^2 = 10\ 000$ et $AO^2 + BO^2 = 60^2 + 80^2 = 3\ 600 + 6\ 400 = 10\ 000$.
Comme $AB^2 = AO^2 + OB^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AOB est rectangle en O. **Les murs sont donc bien perpendiculaires**.

Exercice 2

1) $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 27 = \frac{4 \times \pi \times \cancel{3} \times 9}{\cancel{3}} = 36\pi$.
Donc **le volume de la boule de glace est égal à 36π cm^3**.

2) $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 2{,}7^2 \times 12 = \frac{1}{3} \times \pi \times 7{,}29 \times 12 = 29{,}16\pi$.
Donc **le volume du cône est égal à $29{,}16\pi$ cm^3**.

3) Comme le volume de la boule est plus grand que le volume du cône, il **est plus intéressant pour Michel de garder la forme initiale**. En effet, le cône ne pourra pas contenir toute la glace de la boule.

Exercice 3

1) a) Dans le triangle MPW, $C \in [PM]$, $T \in [MW]$, et les droites (MW) et (CT) sont parallèles, d'après le théorème de Thalès, $\frac{\boldsymbol{PC}}{\boldsymbol{PM}} = \frac{PT}{PW} = \frac{\boldsymbol{CT}}{\boldsymbol{MW}}$.
Par suite, $\frac{CT}{3{,}40} = \frac{3{,}78}{4{,}20}$. D'où $CT = \frac{3{,}78}{4{,}20} \times 3{,}40 = 3{,}06$.
Par conséquent, **la couture mesure 3,06 m**.

b) $3{,}06 \times 2 = 6{,}12$ et 6,12 est inférieur à 7.
Donc **7 m de fil suffiront**.

2) Les droites (PW) et (PM) sont sécantes en P.
$\frac{PC}{PM} = \frac{3{,}78}{4{,}20} = 0{,}9$ et $\frac{PT}{PW} = \frac{1{,}88}{2{,}30} \approx 0{,}82$. Par suite, $\frac{PC}{PM} \neq \frac{PT}{PW}$.
Or, si les droites (MW) et (CT) étaient parallèles, d'après le théorème de Thalès, il y aurait égalité.
On en déduit que **la couture n'est pas parallèle à (MW)**.

III – PROBLÈME (12 points)

Partie 1 : Installation d'un ordinateur dans une bibliothèque d'école

1) Dans le triangle CGF rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$GF^2 = GC^2 + CF^2$, c'est-à-dire $GF^2 = 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2$.
Par conséquent, $\boldsymbol{GF = \sqrt{2}}$ **m**.

2) Soit x la longueur à laquelle on souhaite déplacer les étagères afin que $GF = 1$ m.
Dans le triangle CGF rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$GF^2 = GC^2 + CF^2$, c'est-à-dire $1^2 = x^2 + x^2 = 2x^2$. Par suite, $x^2 = \frac{1}{2}$.

D'où $x = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Par conséquent, **on doit déplacer les étagères de $\boldsymbol{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ m afin d'obtenir $\boldsymbol{GF = 1}$ m**.

Partie 2 : Achat d'un logiciel de gestion de bibliothèque

1) débit $= \frac{3{,}5 \text{ Mo}}{7 \text{ s}} = 0{,}5 \text{ Mo/s}$. Donc **le débit de la connexion internet est de 0,5 Mo/s**.

2)

Nombre d'lèves	100	200	300
Tarif A	19,00 €	**19,00 €**	**19,00 €**
Tarif B	**10,00 €**	**20,00 €**	30,00 €
Tarif C	**13,00 €**	18,00 €	**23,00 €**

3) a) **Le tarif C correspond à la fonction $\boldsymbol{x \mapsto 8 + 0{,}05x}$**.
En effet, il y a 8 € fixés dès le départ, puis 5 centimes d'euros (c'est-à-dire 0,05 €) par élève.

b) **C'est une fonction affine** car elle est de la forme $x \mapsto ax + b$.

4) Voir page suivante.

5) D'après le graphique, **le tarif A est plus intéressant que le tarif C à partir de 220 élèves**.

6) **Dans l'école, il y a 209 élèves. Le tarif le plus intéressant est le tarif C**.

Partie 3 : Fonctionnement de la bibliothèque

1) Le nombre moyen d'emprunts par élève est donné par le calcul suivant :

$$\frac{0 \times 39 + 1 \times 30 + 2 \times 36 + 3 \times 23 + 4 \times 20 + 5 \times 22 + 6 \times 18 + 7 \times 10 + 8 \times 11}{209} = \frac{627}{209} = 3$$

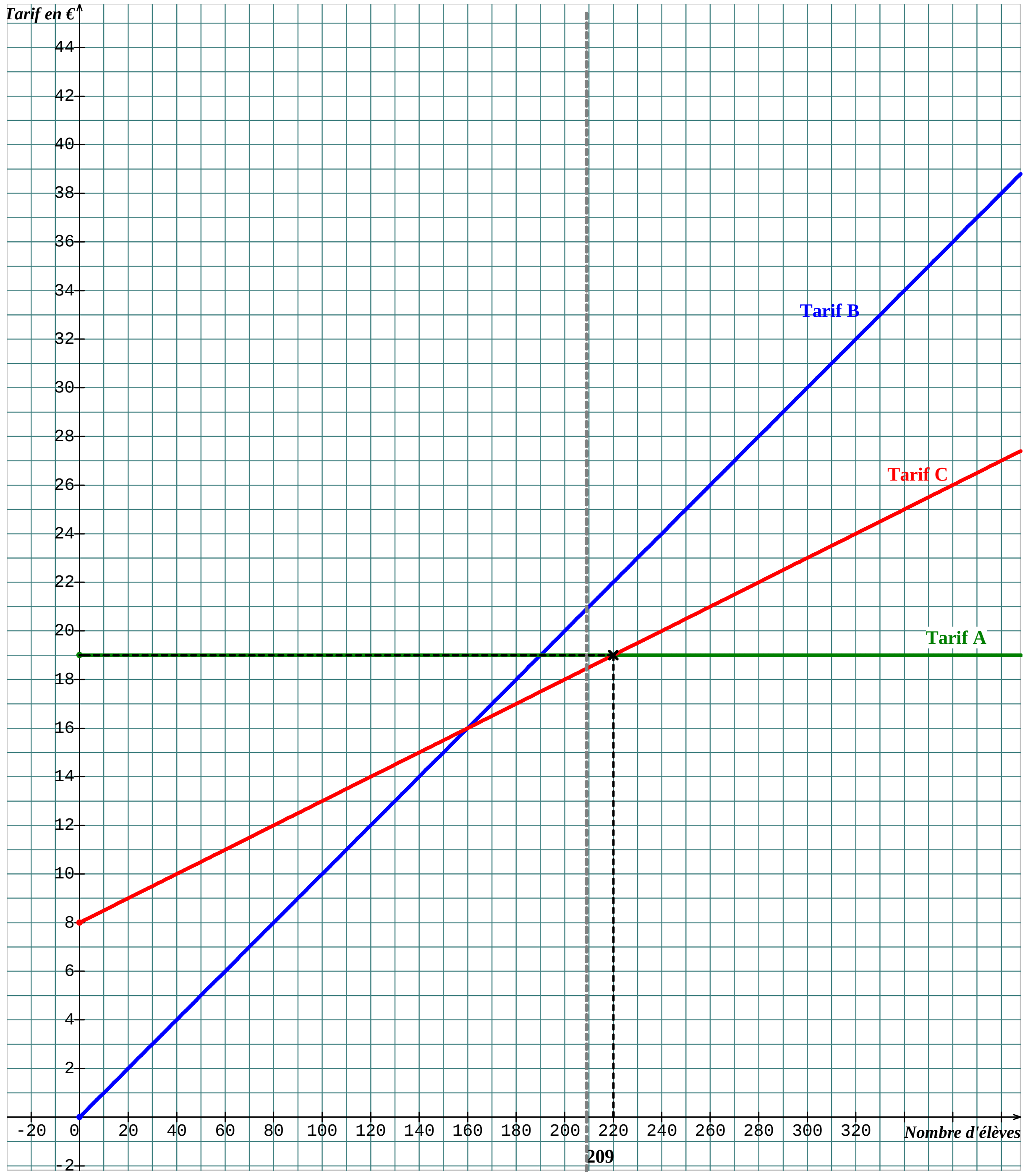
Donc **le nombre moyen d'emprunts par élève est 3**.

2) $\frac{N}{2} = \frac{209}{2} = 104{,}5$; alors la médiane est la valeur correspondant au 105ème rang.
Complétons le tableau avec les effectifs cumulés croissants :

Nombre d'emprunts en novembre 2010	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre d'élèves	39	30	36	23	20	22	18	10	11
Effectif cumulé croissant	39	69	105	128	148	170	188	198	209

Ainsi, la 105$^{\text{ème}}$ valeur est 2. Donc **la médiane de cette série est 2**.

Il y a autant d'élèves qui ont fait moins de 2 emprunts que d'élèves qui ont fait plus de 2 emprunts.



Partie 4 : Fête de fin d'année

Comme Etienne choisit un livre au hasard, il s'agit d'une situation d'équiprobabilité.

La probabilité d'un événement est alors égale à $\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$.

1) Il y a trois bandes-dessinées et deux albums dans le colis, **la probabilité de tirer une bande-dessinée est de $\frac{3}{5}$**.

2) Après le premier tirage, il reste trois bandes-dessinées et un album dans le colis, **la probabilité de tirer une bande-dessinée est de $\frac{3}{4}$**.