CORRECTION DU BREVET 2010

Troisième	*Liban*

I - ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

Exercice 1

1) On choisit 5 comme nombre ; on lui soustrait 7, on obtient alors -2 car $5-7=-2$.
Ensuite, on calcule le carré de -2, on obtient le nombre 4.
Donc, **en choisissant le nombre 5 au départ, le programme B donne le nombre 4**.

2) On choisit -2 comme nombre ; on lui ajoute 5, on obtient alors 3.
Ensuite, on calcule le carré de 3, on obtient le nombre 9.
Donc, **en choisissant le nombre -2 au départ, le programme A donne le nombre 9**.

3) a) Soit x le nombre choisi. Après avoir ajouté 5, on obtient $x+5$. Puis, on calcule le carré de ce nombre, ce qui donne $(x+5)^2$.

On est alors amené à résoudre l'équation $(x+5)^2=0$.

Or $(x+5)^2=0$ équivaut à $x+5=0$, c'est-à-dire à $x=-5$.
Donc **il faut choisir le nombre -5 pour que le résultat du programme A soit 0**.

b) Soit y le nombre choisi. Après avoir soustrait 7, on obtient $y-7$. Puis, on calcule le carré de ce nombre, ce qui donne $(y-7)^2$.

On est alors amené à résoudre l'équation $(y-7)^2=9$.

Or $(y-7)^2=9$ équivaut à $y-7=-3$ ou $y-7=3$, c'est-à-dire à $y=-3+7=4$ ou $y=3+7=10$.
Donc **il faut choisir les nombres 4 ou 10 pour que le résultat du programme B soit 9**.

4) Pour obtenir le même résultat avec les deux programmes, on est amené à résoudre l'équation $(x+5)^2=(x-7)^2$.

Or $(x+5)^2=(x-7)^2$ équivaut à $x^2+10x+25=x^2-14x+49$, c'est-à-dire à

$10x+14x=49-25$, ou encore à $24x=24$. Donc $(x+5)^2=(x-7)^2$ équivaut à $x=\frac{24}{24}=1$.

Il faut donc choisir le nombre 1 pour que les deux programmes donnent le même résultat.

Exercice 2

1) Il y a 20 boules dans le sac. Comme chacune de ces boules a la même probabilité d'être tirée, alors **la probabilité que la boule tirée soit rouge est égale à** $\frac{10}{20}$, c'est-à-dire à $\mathbf{\frac{1}{2}}$.

2) Il y a 10 boules noires ou jaunes dans ce sac. Donc **la probabilité que la boule tirée soit noire ou jaune est égale à** $\frac{10}{20}$, c'est-à-dire à $\mathbf{\frac{1}{2}}$.

3) **La somme des deux probabilités trouvées dans les deux questions précédentes est**

égale à 1. En effet, $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$.
Le résultat était prévisible car la réunion des deux événements précédents « obtenir une boule rouge » et « obtenir une boule noire ou jaune » est égale à l'univers de l'expérience.

4) Soit x le nombre de boules bleues. Il y a alors $20+x$ boules dans ce sac.
Comme chacune de ces boules a la même probabilité d'être tirée, alors la probabilité de tirer une boule bleue est égale à $\frac{x}{20+x}$.
Comme cette probabilité est égale à $\frac{1}{5}$, on est amené à résoudre l'équation $\frac{x}{20+x}=\frac{1}{5}$.
Or $\frac{x}{20+x}=\frac{1}{5}$ équivaut à $5x=20+x$, c'est-à-dire à $4x=20$, ou encore à $x=\frac{20}{4}=5$.
Il y a donc 5 boules bleues.

Exercice 3

1) Comme $f(x)=-2x+3$, alors **la valeur de *a* est –2**.

2) L'image de 0 par f est $f(0)$. Or $f(0)=-2\times 0+3=3$. Donc **l'image de 0 par *f* est 3**.

3) $f(-1)=-2\times(-1)+3=2+3=5$. Donc **la droite qui représente la fonction *f* passe par le point $\boldsymbol{B(-1\,;5)}$**.

4) Résolvons l'équation $f(x)=4$.
Or $f(x)=4$ équivaut à $-2x+3=4$, c'est-à-dire à $-2x=4-3=1$, ou encore à $x=\frac{1}{-2}=-\frac{1}{2}$.
L'antécédent de 4 par la fonction *f* est $\boldsymbol{-\frac{1}{2}}$.

5) $f(0)=-2\times 0+3=3$. Donc **la droite qui représente la fonction *f* coupe l'axe des ordonnées en $\boldsymbol{E(0\,;3)}$**.

II – ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)

Exercice 1

	Figure 1	Figure 2	Figure 3	Figure 4
Le triangle ABC est rectangle en A ?	**OUI**	**NON**	**NON**	**OUI**
Numéro (s) de la ou des propriétés permettant de le prouver	**5**	**4 et 7**	**3**	**1**

Exercice 2

1) Le triangle AIK est rectangle en A, alors l'aire de ce triangle est égale à $\frac{AI \times AK}{2}$.

Or $\frac{6 \times 6}{2} = 18$; donc **l'aire du triangle AIK est égale à 18 cm²**.

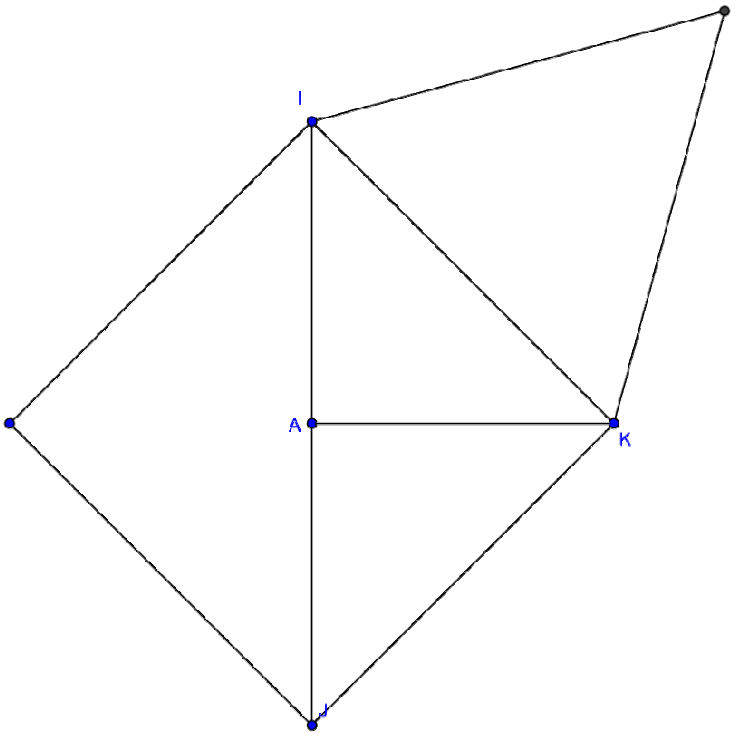
2) Le volume de la pyramide $AIKJ$ est égal à $\frac{aire(AIK) \times AJ}{3}$.

Or $\frac{aire(AIK) \times AJ}{3} = \frac{18 \times 6}{3} = 36$; alors **le volume de la pyramide $AIKJ$ de base AKI est égal à 36 cm³**.

3) Le volume du cube est égal à $12^3 = 1728$ cm³. Or $\frac{36}{1728} = \frac{3 \times 12}{12 \times 12^2} = \frac{3}{12^2} = \frac{1}{4 \times 12} = \frac{1}{48}$.

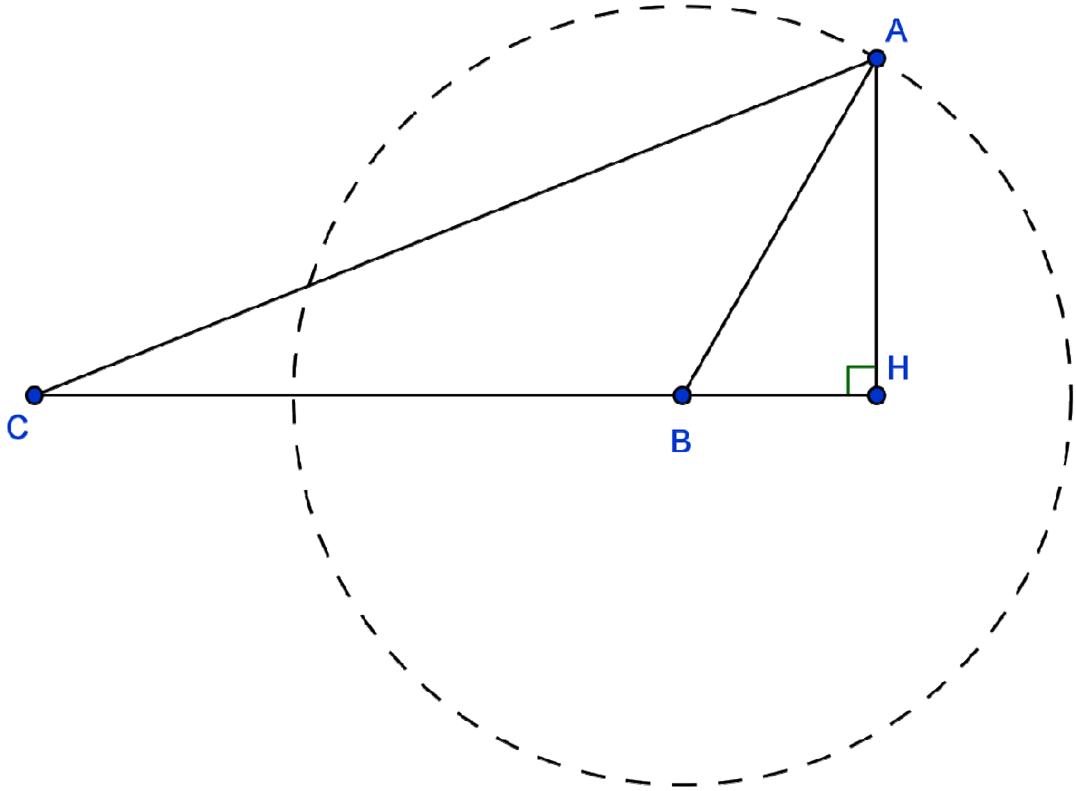
Donc **le volume de la pyramide $AIKJ$ représente $\frac{1}{48}^{ème}$ du volume du cube**.

4)



III – PROBLÈME (12 points)

1)



2) a) $\boldsymbol{mes}\left(\widehat{\boldsymbol{ABH}}\right) = 180° - mes\left(\widehat{ABC}\right) \mathbf{= 60°}$.

Dans le triangle rectangle *ABH*, $\cos\left(\widehat{ABH}\right) = \dfrac{BH}{AB} = \dfrac{BH}{6}$.

Par suite, $\boldsymbol{BH} = 6 \times \cos\left(\widehat{ABH}\right) = 6 \times \cos(60°) \mathbf{= 3}$.

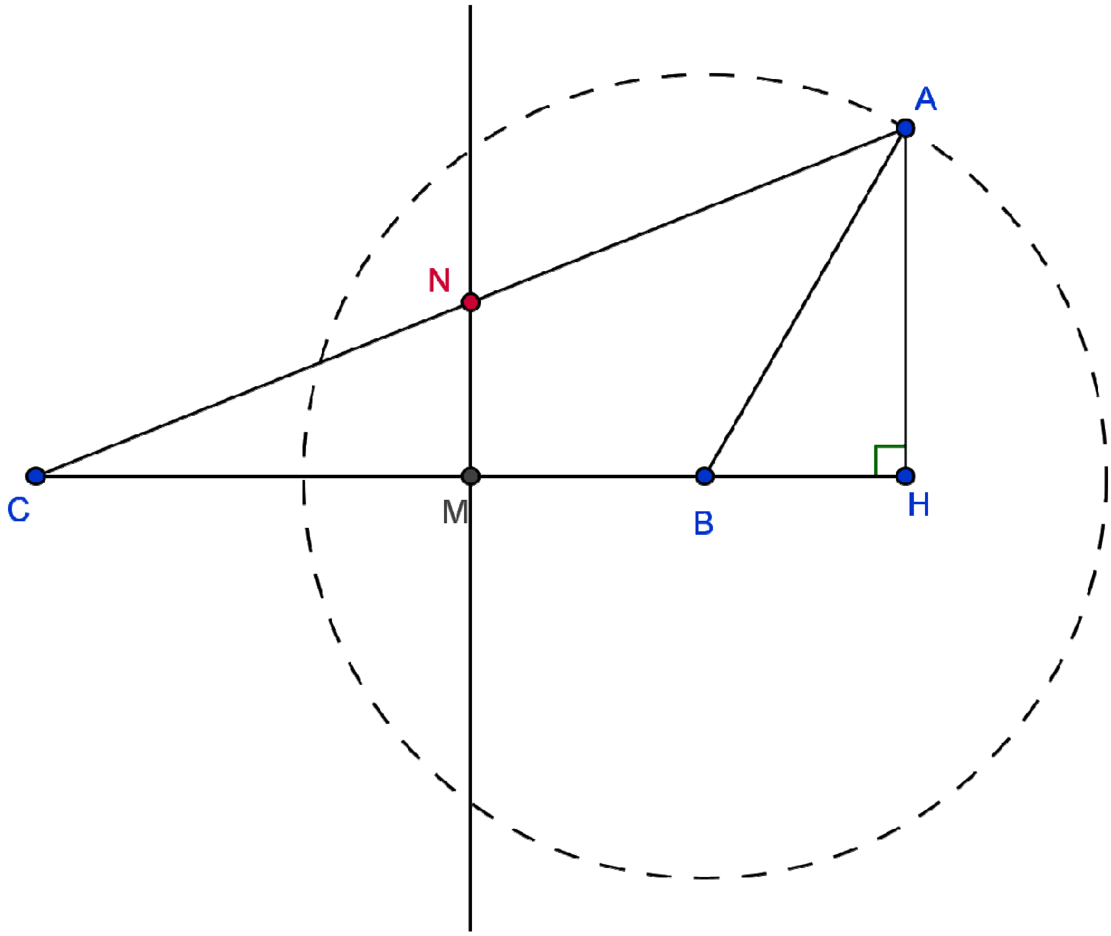
b) Dans le triangle rectangle *ABH*, d'après le théorème de Pythagore, $AB^2 = AH^2 + BH^2$,
c'est-à-dire $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27$.
Comme $AH \geq 0$, alors $\boldsymbol{AH} = \sqrt{7} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3} \mathbf{= 3\sqrt{3}}$.
On en déduit que l'aire du triangle *ACH* est égale à $\dfrac{CH \times AH}{2}$. Comme $B \in [CH]$, alors

$CH = CB + BH = 10 + 3 = 13$ cm. Par suite, $\dfrac{CH \times AH}{2} = \dfrac{13 \times 3\sqrt{3}}{2} = \dfrac{39\sqrt{3}}{2}$.

Donc **l'aire du triangle *ACH* est égale à $\dfrac{\mathbf{39\sqrt{3}}}{\mathbf{2}}$ cm²**.

c) Dans le triangle *ACH* rectangle en *H*, d'après le théorème de Pythagore,
$AC^2 = AH^2 + CH^2$. D'où $AC^2 = \left(3\sqrt{3}\right)^2 + 13^2 = 27 + 169 = 196$. Par suite, $\boldsymbol{AC} = \sqrt{196} \mathbf{= 14}$.

3) a)



b) Dans le triangle ACH, $M \in [CH]$, $N \in [AC]$, et les droites (MN) et (AH) sont parallèles, d'après le théorème de Thalès, $\frac{\boldsymbol{CM}}{\boldsymbol{CH}} = \frac{CN}{CA} = \frac{\boldsymbol{MN}}{\boldsymbol{HA}}$.

Par suite, $\frac{NM}{3\sqrt{3}} = \frac{6{,}5}{13} = \frac{1}{2}$. Par conséquent, $\boldsymbol{NM = \frac{3\sqrt{3}}{2}}$.

3) L'aire du trapèze $AHMN$ est égale à l'aire du triangle ACH moins celle de l'aire du triangle *CMN.*

Or l'aire du triangle CMN est égale à $\frac{CM \times NM}{2} = \frac{6{,}5 \times \frac{3\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{19{,}5\sqrt{3}}{4}$ et l'aire du triangle ACH est égale à $\frac{39\sqrt{3}}{2}$.

D'où **l'aire du trapèze est égale à** : $\frac{39\sqrt{3}}{2} - \frac{19{,}5\sqrt{3}}{4} = \frac{78\sqrt{3}}{4} - \frac{19{,}5\sqrt{3}}{4} = \boldsymbol{\frac{58{,}5\sqrt{3}}{4}}$ $\textbf{cm}^2$.

Donc **l'aire du trapèze *AHMN* est à peu près égale à 25 cm^2**.