CORRECTION DU BREVET 2007

Troisième	***Liban***

I - ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

Exercice 1

1) $A = \dfrac{500 \times \left(10^{-3}\right)^2 \times 2,4 \times 10^7}{8 \times 10^{-4}} = \dfrac{5 \times 10^2 \times 10^{-3 \times 2} \times 2,4 \times 10^7}{8 \times 10^{-4}} = \dfrac{5 \times 2,4 \times 10^{2-6+7+4}}{8} = \dfrac{12}{8} \times 10^7$.

Par conséquent, **l'écriture scientifique de A est : $1,5 \times 10^7$**.

2) a) Calculons le PGCD de 1610 et 854 avec l'algorithme d'Euclide.

Étapes	a	b	Restes
1	1 610	854	756
2	854	756	98
3	756	98	70
4	98	70	0
5	70	28	**14**
6	28	14	0

1 610 = 1 × 854 + 756
854 = 1 × 756 + 98
756 = 7 × 98 + 70
98 = 1 × 70 + 28
70 = 2 × 27 + 14
28 = 2 × 14

L'algorithme d'Euclide s'arrête lorsqu'on trouve un reste nul. Alors **le PGCD de a et de b est le dernier reste non nul trouvé**.
Ici donc, **le PGCD de 1610 et 854 est 14**.

b) On en déduit que : $\dfrac{\mathbf{854}}{\mathbf{1610}} = \dfrac{854 \div 14}{1610 \div 14} = \dfrac{\mathbf{61}}{\mathbf{115}}$.

3) $B = -3\sqrt{27} + \sqrt{75} - 2\sqrt{108} = -3 \times 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 2 \times 6\sqrt{3} = -9\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 12\sqrt{3}$.
Par conséquent, $\boldsymbol{B = -16\sqrt{3}}$.

Exercice 2

1) Remplaçons x par $2\sqrt{5}$ dans l'expression $x^2 + 2x + 1$; on obtient :
$\left(2\sqrt{5}\right)^2 + 2\left(2\sqrt{5}\right) + 1 = 4 \times 5 + 4\sqrt{5} + 1 = 21 + 4\sqrt{5}$.
Donc **la réponse de la question n°1 est : C**.

2) $2x - 7 = 5x + 8$ équivaut à $2x - 5x = 8 + 7$, c'est-à-dire à $-3x = 15$.
D'où $x = \dfrac{15}{-3} = -5$.
Donc **la réponse de la question n°2 est : D**.

3) $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$.
Donc **la réponse de la question n°3 est : D**.

4) Comme f est une fonction linéaire, alors $f(x)$ s'écrit : $f(x) = ax$, où a est son coefficient.

Or $f(5) = 3$, alors $5x = 3$; d'où : $a = \dfrac{3}{5}$.

Donc **la réponse de la question n°4 est : B** .

Exercice 3

1) $\begin{cases} 2x+3y=27 \\ 4x+y=24 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} 2x+3y=27 \\ -12x-3y=-72 \end{cases}$, c'est-à-dire à $\begin{cases} 2x+3y=27 \\ -10x=-45 \end{cases}$.

D'où $\begin{cases} 2x+3y=27 \\ 4x+y=24 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} x=\dfrac{-45}{-10}=4,5 \\ 3y=27-2\times 4,5=18 \end{cases}$, ou encore à $\begin{cases} x\dfrac{-45}{-10}=4,5 \\ y=\dfrac{18}{3}=6 \end{cases}$.

Donc **le couple $(4,5\ ;\ 6)$ est le couple solution du système**.

2) Soit ℓ la largeur et L la longueur du parallélépipède rectangle.

« Si on prend le double de sa largeur et que l'on ajoute le triple de sa longueur, on trouve 27 cm », alors : $2\ell+3L=27$.
« Si on prend le quadruple de sa largeur et que l'on ajoute sa longueur, on trouve 24 cm », alors : $4\ell+L=24$.

Nous sommes donc amenés à résoudre le système : $\begin{cases} 2\ell+3L=27 \\ 4\ell+L=24 \end{cases}$.

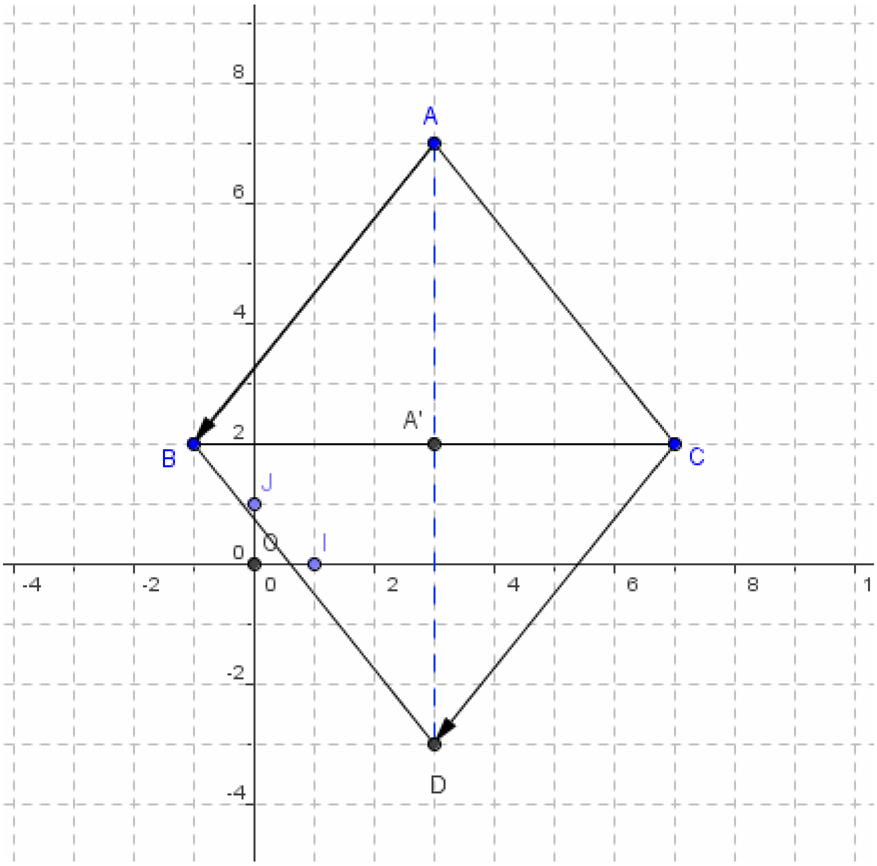
D'après la question précédente, on en déduit que $\boldsymbol{\ell=4,5}$ **cm et** $\boldsymbol{L=6}$ **cm**.

3) On sait que le volume V d'un parallélépipède rectangle de largeur ℓ, de longueur L et de hauteur h se calcule à l'aide de la formule : $V=\ell\times L\times h$.
Or $V=54$, $\ell=4,5$ et $L=6$, d'où : $h=\dfrac{54}{4,5\times 6}=\dfrac{54}{27}=2$.
Par conséquent, **la hauteur du parallélépipède rectangle mesure 2 cm**.

II – ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)

Exercice 1

1)



2) $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{(-4)^2+(-5)^2}=\sqrt{16+25}=\sqrt{41}$

$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{4^2+(-5)^2}=\sqrt{16+25}=\sqrt{41}$

Comme $AB=AC$, alors **le triangle *ABC* est isocèle en *A*.**

3) $x_{A'}=\dfrac{x_B+x_C}{2}=\dfrac{-1+7}{2}=\dfrac{6}{2}=3$ et $y_{A'}=\dfrac{y_B+y_C}{2}=\dfrac{2+2}{2}=\dfrac{4}{2}=2$.

Donc, **le point A', milieu du segment $[BC]$, a pour coordonnées $(3\ ;\ 2)$**.

4) Comme $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}$, alors ***ABDC* est un parallélogramme**.

5) Comme $ABDC$ est un parallélogramme, alors ses diagonales $[BC]$ et $[AD]$ se coupent en leur milieu.

Or A' est le milieu de $[BC]$, donc **A' est le milieu de $[AD]$**.

Exercice 2

1) Voir la figure à la page suivante.

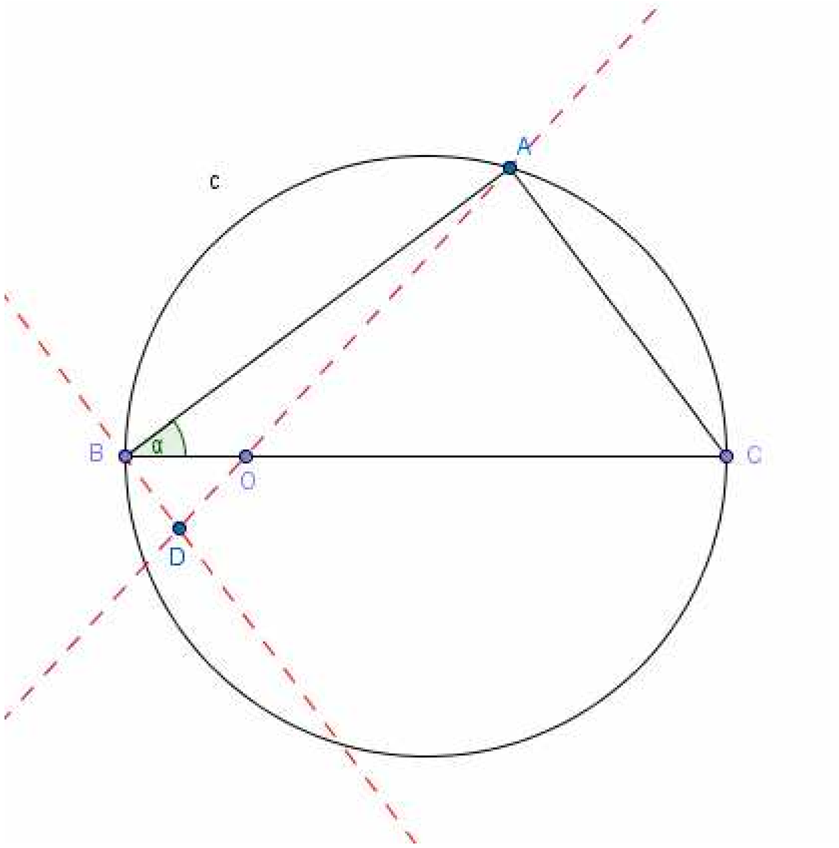
2) Comme A est un point du cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[BC]$, alors **le triangle *ABC* est rectangle en *A***.

3) Utilisons le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en A ; on obtient :

$AB^2+AC^2=BC^2$; d'où : $AC^2=BC^2-AB^2=10^2-8^2=100-64=36$.

Comme AC est positive car c'est une distance, $AC=\sqrt{36}=6$.

Par conséquent, **la longueur *AC* mesure 6 cm**.



4) Dans le triangle rectangle ABC : $\sin\left(\widehat{ABC}\right) = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{6}{10} = 0,6$.

On en déduit que : $\widehat{ABC} = \sin^{-1}(0,6)$. Par conséquent, $\boldsymbol{\widehat{ABC} \simeq 37°}$ **, au degré près**.

5) Les points A, O, D et C, O, B sont respectivement alignés dans le même ordre, et les droites (BD) et (AC) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, $\dfrac{OA}{OD} = \dfrac{OC}{OB} = \dfrac{AC}{BD}$.

Or $OC = 10 - 2 = 8$, $OB = 2$ et $AC = 6$, d'où : $\dfrac{8}{2} = \dfrac{6}{BD}$, c'est-à-dire $\dfrac{6}{BD} = 4$.

Alors $4 \times BD = 6$, et par suite $\boldsymbol{BD} = \dfrac{6}{4} \boldsymbol{= 1,5\ \text{cm}}$.

III – PROBLÈME (12 points)

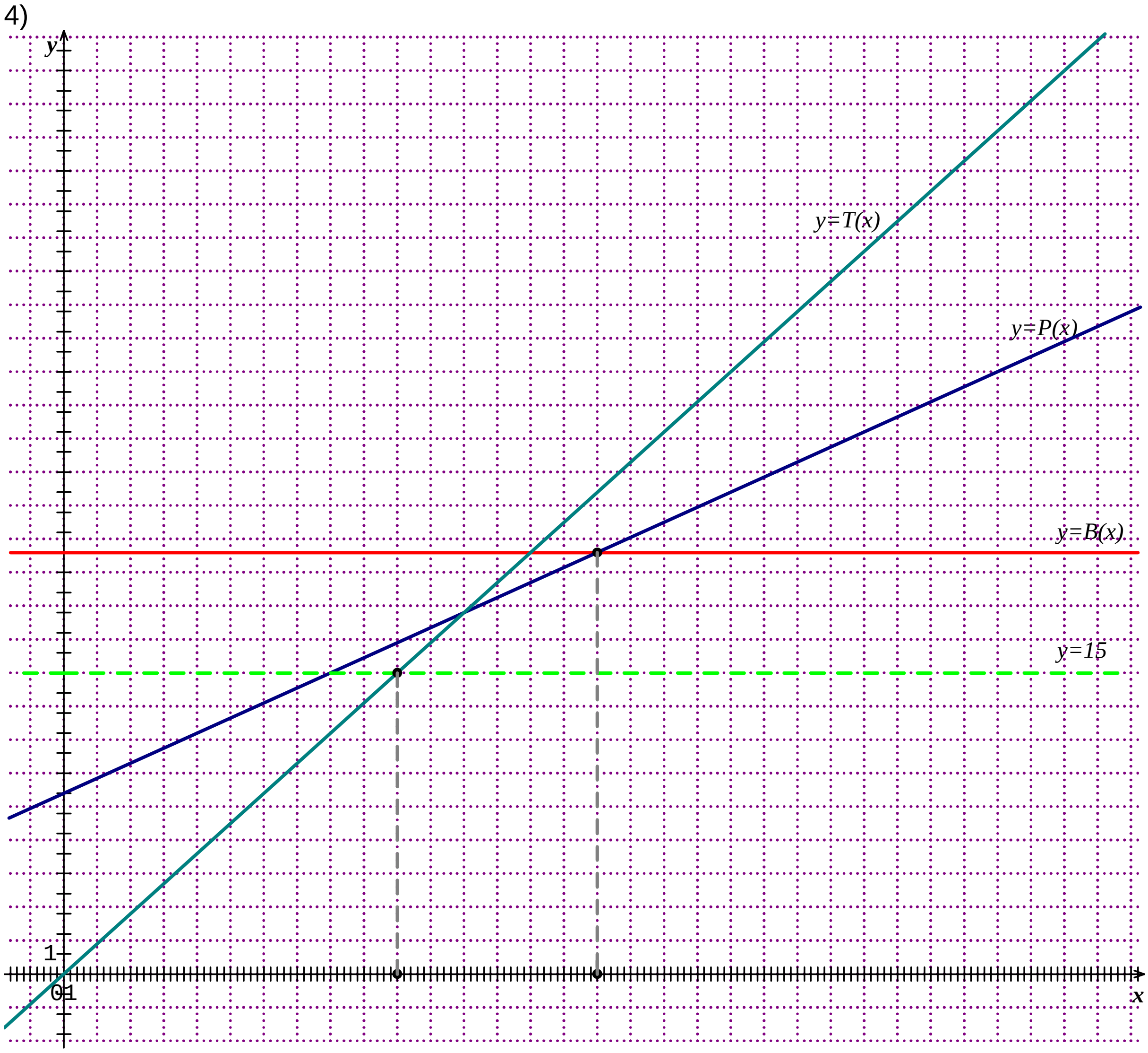
1) 30 minutes correspondent à 1 800 secondes. Or $1800 \div 15 = 120$.
Donc **un téléspectateur pourra envoyer au maximum 120 SMS durant le temps de vote**.

2)

Société	Pamplemousse	Triangle Vert	Brique Mobile
Coût, en euros, pour 50 SMS	**16,5**	**15**	**21**

3) $\boldsymbol{P(x) = 9 + 0{,}15x}$; $\boldsymbol{T(x) = 0{,}30x}$ et $\boldsymbol{B(x) = 21}$.

4)



5) a) D'après le graphique précédent, **la proposition de la Société Brique Mobile devient intéressante à partir de 80 SMS**.

b) On trace la droite d'équation $y = 15$; on s'aperçoit qu'elle coupe les droites d'équation $y = T(x)$ et $y = P(x)$ en deux points d'abscisses respectives 50 et 40.
Par conséquent, **Arthur devra choisir la Société Triangle Vert et il pourra envoyer 50 SMS**.

6) $724560 \times \dfrac{60}{100} = 434736$. Carmen a bénéficié de 434 736 votes en 30 minutes.
Or $434736 \div 1800 \simeq 242$ à l'unité près. Donc **environ 242 SMS ont été envoyés pour DJ Carmen, par seconde**.