VECTEURS (PARTIE 2)

Plan de travail	*Seconde*

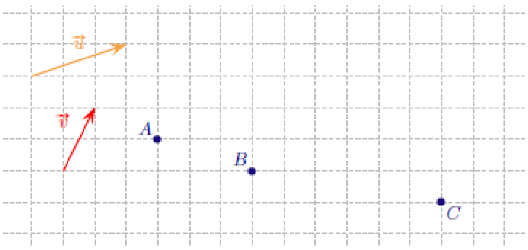
NOM : …………………………………………… PRÉNOM : …………………………………...

Parcours 1	**1** → **2** → **3** → **4** → **5** → **6** → **8** → **9** → **10** → **11** → **14** → **15** → **16** → **17**
Parcours 2	**1** → **2** → **3** → **4** → **5** → **6** → **7** → **8** → **9** → **10** → **12** → **14** → **16** → **17** → **18** → **19**
Parcours 3	**1** → **2** → **3** → **4** → **5** → **6** → **7** → **8** → **9** → **10** → **11** → **13** → **14** → **17** → **18** → **19** → **20**

Exercice 1

En s'aidant du quadrillage, construire les points *D*, *E* et *F* tels que :

$\overrightarrow{AD}=\vec{u}+\vec{v}$; $\overrightarrow{BE}=\vec{u}-\vec{v}$ et $\overrightarrow{CF}=\vec{v}-\vec{u}$.



Exercice 2

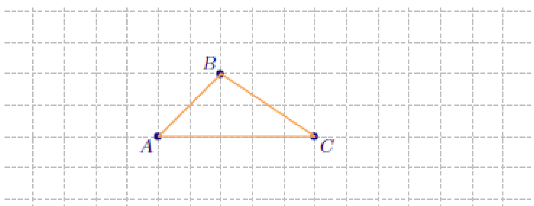
ABCD est un rectangle de centre I.
Faire une figure et construire les représentants des vecteurs suivants :

a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$; b) $\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{AB}$; c) $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BI}$;
d) $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{AC}$.

Exercice 3

En s'aidant du quadrillage, construire les points *D*, *E* et *F* tels que :

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}$ et
$\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$.



Exercice 4

Recopier et compléter les égalités suivantes à l'aide de la relation de Chasles :

a) $\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{...A}+\overrightarrow{A...}$; b) $\overrightarrow{HF}=\overrightarrow{HG}+\overrightarrow{...}$;
c) $\overrightarrow{D...}+\overrightarrow{C...}=\overrightarrow{...B}$; d) $\overrightarrow{E...}+\overrightarrow{...E}=\overrightarrow{...}$;
e) $\overrightarrow{A...}=\overrightarrow{A...}+\overrightarrow{B...}+\overrightarrow{CM}$; $\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{...}=\vec{0}$.

Exercice 5

Écrire le plus simplement possible les écritures suivantes :

a) $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DA}$; b) $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{AA}$; c) $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DB}$
d) $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BA}$; e) $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BA}$;
f) $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}$.

Exercice 6

Simplifier les écritures suivantes :

a) $\vec{u}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DB}$;
b) $\vec{v}=-2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}-3\overrightarrow{BC}-4\overrightarrow{CA}$.

Exercice 7

Soient A, B, C et D quatre points du plan.
Démontrer :

a) $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}-\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CA}\right)$;

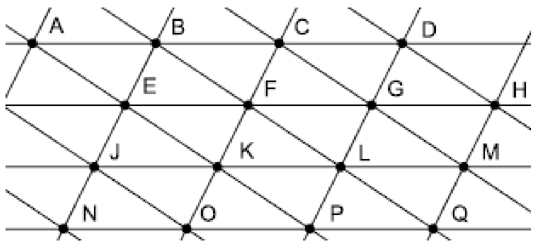
b) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}$.

C. Lainé

Exercice 8 : pour s'évaluer

Exercice 9

On considère la figure ci-dessous :



Écrire ces vecteurs sous forme d'un seul vecteur.

$\vec{u_1} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{MK}$; $\vec{u_2} = \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{QL}$;
$\vec{u_3} = \overrightarrow{GL} + \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{HF}$; $\vec{u_4} = \overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{JB} - \overrightarrow{LM}$.

Exercice 10

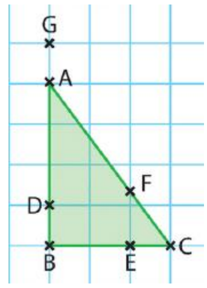
Sur une droite (AB), placer les points C, D, E et F tels que :

$\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{AB}$;

$\overrightarrow{AF} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB}$.

Exercice 11

En observant la figure ci-dessous, recopier et compléter les égalités vectorielles suivantes.



a) $\overrightarrow{BD} = \ldots\ \overrightarrow{BA}$ donc $\overrightarrow{BA} = \ldots\ \overrightarrow{BD}$
b) $\overrightarrow{BE} = \ldots\ \overrightarrow{BC}$ donc $\overrightarrow{BC} = \ldots\ \overrightarrow{BE}$
c) $\overrightarrow{CF} = \ldots\ \overrightarrow{CA}$ donc $\overrightarrow{CA} = \ldots\ \overrightarrow{CF}$
d) $\overrightarrow{BA} = \ldots\ \overrightarrow{AG}$ donc $\overrightarrow{AG} = \ldots\ \overrightarrow{BA}$

Exercice 12

$ABCD$ est un parallélogramme. Les points E et F sont tels que

$\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DF} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$.

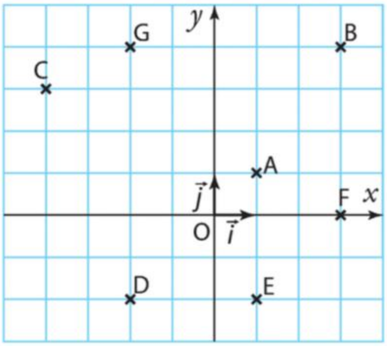
1) Construire une figure.
2) Recopier et compléter les égalités suivantes : $\overrightarrow{CE} = \ldots + \overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{BF} = \ldots + \overrightarrow{DF}$.
3) Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{BF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

Exercice 13

On considère quatre points distincts du plan R, S, T et U. On nomme A et B les milieux respectifs de $[RU]$ et $[ST]$.

1) Faire une figure.
2) Montrer que $\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{UT} = \overrightarrow{RT} + \overrightarrow{US}$.
3) Montrer que $\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{UT} = 2\overrightarrow{AB}$.

Exercice 14



1) Lire les coordonnées des vecteurs suivants : $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CE}$; $\overrightarrow{FA}$; $\overrightarrow{GD}$ et $\overrightarrow{BG}$.

2) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{GD}$.

Exercice 15

Soient $M(-5\,;2)$, $N(3\,;4)$ et $P(6\,;-7)$ trois point d'un plan.

1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{NM}$, $\overrightarrow{PM}$ et $\overrightarrow{PN}$.

2) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{PN}+\overrightarrow{NM}-\overrightarrow{PM}$.

Exercice 16

On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$. Quelles sont les coordonnées du vecteur $\vec{w}$ vérifiant l'égalité $\vec{w}=2\vec{u}-\vec{v}$?

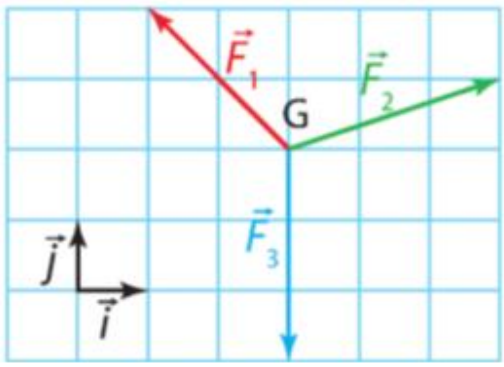
Exercice 17 : pour s'évaluer

Exercice 18

L'action de trois forces $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$ sur un objet est modélisée par l'action des trois vecteurs appliquée sur le point G qui représente le centre d'inertie de l'objet.

Sur le quadrillage ci-dessous, rajouter une force $\vec{F_4}$, c'est-à-dire un vecteur d'origine G, de telle sorte que la somme des forces soit égale au vecteur nul.

L'objet est ainsi en équilibre.



Exercice 19

Soient $M(-4\,;2)$, $N(0\,;3)$ et $P(1\,;-5)$ trois point d'un plan.

Calculer les coordonnées du point Q défini par $\overrightarrow{MQ}=-3\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{PN}$.

Exercice 20

1) Construire un triangle ABC.

2) Placer les points M, N et P tels que : $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{MP}=2\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MN}=2\overrightarrow{MC}$.

3) a) Démontrer que $\overrightarrow{PN}=2\overrightarrow{PB}$.

b) Que peut-on en déduire au sujet des points P, N et B ?

Bilan

Numéro de mon parcours : ……

J'ai fait tous les exercices de mon parcours : ☐ OUI   ☐ NON

Numéros des exercices plus difficiles pour moi (et que je dois revoir) : ……………………

Compétences		***M***	***NM***
C17-1	Construire géométriquement la somme de deux vecteurs		
C17-2	Savoir utiliser la relation de Chasles		
C17-3	Savoir utiliser la propriété caractéristique d'un parallélogramme		
C17-4	Calculer les coordonnées d'une somme de vecteurs.		
C17-5	Calculer les coordonnées d'un produit d'un vecteur par un nombre réel		
C17-6	Résoudre des problèmes en utilisant la représentation la plus adaptée des vecteurs		

Bilan

Numéro de mon parcours : ……

J'ai fait tous les exercices de mon parcours : ☐ OUI   ☐ NON

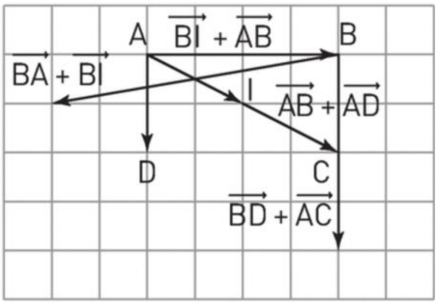
Numéros des exercices plus difficiles pour moi (et que je dois revoir) : ……………………

Compétences		***M***	***NM***
C17-1	Construire géométriquement la somme de deux vecteurs		
C17-2	Savoir utiliser la relation de Chasles		
C17-3	Savoir utiliser la propriété caractéristique d'un parallélogramme		
C17-4	Calculer les coordonnées d'une somme de vecteurs.		
C17-5	Calculer les coordonnées d'un produit d'un vecteur par un nombre réel		
C17-6	Résoudre des problèmes en utilisant la représentation la plus adaptée des vecteurs		

CORRECTIONS

Exercice 1

Exercice 2



Exercice 3

Exercice 4

a) $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB}$ **b)** $\overrightarrow{HF} = \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{GF}$

c) $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB}$ **d)** $\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{ME} = \vec{0}$

e) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CM}$ **f)** $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EF} = \vec{0}$

Exercice 5

a) $\overrightarrow{BA}$ **b)** $\overrightarrow{BD}$ **c)** $\vec{0}$

d) $\overrightarrow{AD}$ **e)** $2\overrightarrow{BD}$ **f)** $\overrightarrow{BD}$

Exercice 6

a)
$$\begin{aligned}\vec{u} &= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB}\\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD}\\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA}\\ &= \vec{0}\end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned}\vec{v} &= -2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} - 3\overrightarrow{BC} - 4\overrightarrow{CA}\\ &= 3\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{CB} - 4\overrightarrow{CA}\\ &= 3\overrightarrow{CA} - 4\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC}\end{aligned}$$

Exercice 7

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}) &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA}\\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA}\\ &= \overrightarrow{DA}\end{aligned}$$

b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

Exercice 9

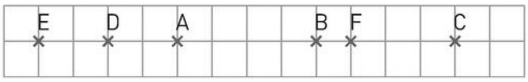
$\vec{u}_1 = \overrightarrow{ML}$;

$\vec{u}_2 = \overrightarrow{BD}$;

$\vec{u}_3 = \overrightarrow{GO}$;

$\vec{u}_4 = \overrightarrow{BG}$.

Exercice 10



Exercice 11

a) $\overrightarrow{BD} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{BA}$ donc $\overrightarrow{BA} = 4\,\overrightarrow{BD}$.

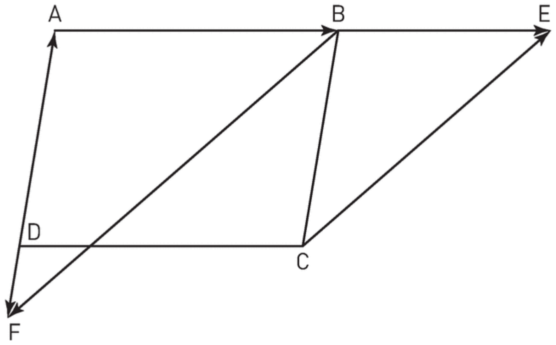
b) $\overrightarrow{BE} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ donc $\overrightarrow{BC} = \dfrac{3}{2}\,\overrightarrow{BE}$.

c) $\overrightarrow{CF} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ donc $\overrightarrow{CA} = 3\overrightarrow{CF}$.

d) $\overrightarrow{BA} = 4\overrightarrow{AG}$ donc $\overrightarrow{AG} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{BA}$.

C. Lainé

Exercice 12



2. $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DF}$

3. $\overrightarrow{CE} = -\overrightarrow{AD} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et

$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} - \frac{1}{3}\overrightarrow{DA} = -\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AD}$

Exercice 13

Exercice 14

1. A(1; 1) B(3; 4) C(−4; 3) D(−2; −2) E(1; −2) F(3; 0) G(−2; 4)

2. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix}5\\-5\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{FA}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{GD}\begin{pmatrix}0\\-6\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BG}\begin{pmatrix}-5\\0\end{pmatrix}$

3. $\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{BD}$ qui a comme coordonnées $\begin{pmatrix}-5\\-6\end{pmatrix}$.

Exercice 15

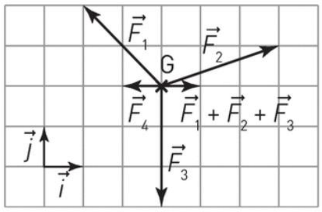
1) $\overrightarrow{NM}\begin{pmatrix}-8\\-2\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{PM}\begin{pmatrix}-11\\9\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PN}\begin{pmatrix}-3\\11\end{pmatrix}$

2) $\overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NM} - \overrightarrow{PM}\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$

Exercice 16

$\vec{w}\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}$

Exercice 18

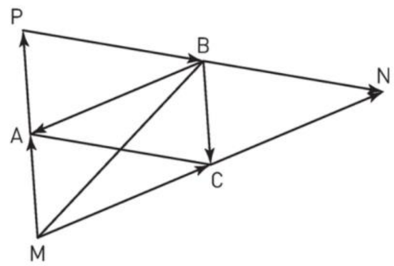


Exercice 19

Q(−17 ; 7)

Exercice 20

1. et **2.**



3. $\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{PM} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{MC} = 2(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MC}) = 2\overrightarrow{AC}$

De plus A est le milieu de [PM], donc $\overrightarrow{PA} = \overrightarrow{AM}$, or $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$ donc $\overrightarrow{PA} = \overrightarrow{BC}$, on en déduit que PACB est un parallélogramme, donc que $\overrightarrow{PB} = \overrightarrow{AC}$. On a donc $\overrightarrow{PN} = 2\overrightarrow{PB}$ et B est le milieu du segment [PN]. A, B et C sont les milieux des côtés du triangle PNM.

C. Lainé