Multiples, diviseurs, nombres premiers

Plan de travail	*Seconde*

NOM : …… PRÉNOM : ……...

Parcours 1	**1 → 2 → 3 → 4 → 5 → 6 → 7 → 8 → 12 → 14 → 16 → 17 → 18 → 19**
Parcours 2	**1 → 4 → 4 → 5 → 6 → 7 → 9 → 10 → 12 → 15 → 16 → 17 → 18 → 20**
Parcours 3	**1 → 4 → 4 → 5 → 7 → 9 → 10 → 11 → 13 → 16 → 17 → 18 → 21**

Exercice 1

1) Quel est le plus grand reste possible dans une division euclidienne par 4 ?

2) On a 30914 = 92 × 336 + 2. Écrire le quotient et le reste de la division euclidienne de 30914 par 92.

3) Les trois divisions euclidiennes suivantes sont exactes :

481 = 37 × 13 + 0

481 = 38 × 12 + 25

481 = 36 × 13 + 13

Sans calculer, dire si les nombres 37 ; 38 ; 36 sont des diviseurs de 481. Justifier.

4) Après avoir testé avec la calculatrice, compléter chaque phrase avec ”est un diviseur de” ou ”est un multiple de” ou ”n’est ni un diviseur, ni un multiple de”.

713 … … … … 3565

2760 … … … … 690

148 … … … … 294

741 … … … … 4446

80 … … … … 212

4790 … … … … 958

5) Écrire la liste de tous les diviseurs de 935.

Exercice 2

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse.

1) 5 est un diviseur du nombre 1875.

2) 1149 est divisible par 2.

3) 4881 est un multiple de 5.

Exercice 3

1) Montrer que 168 et 189 sont des multiples de 7.

2) Que peut-on dire en déduire pour le nombre $168+189$?

Exercice 4

Montrer que la somme de deux multiples de 7 est un multiple de 7.

Exercice 5

Répondre par vrai ou faux. Justifier.

a) Tout nombre qui a pour chiffre des unités 3 est divisible par 3.

b) Tout nombre divisible par 4 et 5 est divisible par 10.

c) Tout nombre divisible par 3 et 2 est divisible par 5.

d) Tout nombre divisible par 2 est divisible par 4.

C. Lainé

Exercice 6

On dit qu'un nombre est parfait s'il est égal à la somme de ses diviseurs positifs stricts. Par exemple, les diviseurs positifs stricts de 6 sont 1, 2 et 3 et $6 = 1 + 2 + 3$.
Montrer que 28 est un nombre parfait.

À ce jour, on ne sait pas s'il existe une infinité de nombres parfaits : on n'en connait qu'une cinquantaine, le plus grand étant composé de plus de 46 millions de chiffres.

Exercice 7

Que fait cette fonction Python lorsque a et b sont deux entiers tels que $a \leq b$?

```
def exercice(a,b):
    if b%a==0 :
        return True
    else:
        return False
```

Exercice 8

Pour tout n de $\mathbb{N}$, on note $A = 15n + 21$.
Démontrer que A est un multiple de 3.

Exercice 9

Montrer que la somme de trois entiers consécutifs est toujours un multiple de 3.

Exercice 10

Montrer que le produit de deux entiers consécutifs est un nombre pair.

Exercice 11

Montrer que le carré d'un entier pair est pair et que le carré d'un entier impair est impair.

Exercice 12

Pour tout n de $\mathbb{N}$, on note $B = 6n + 5$.
Démontrer que B est un nombre impair.

Exercice 13

Le triple d'un nombre impair est toujours impair. Vrai ou Faux ? *Justifier*.

Exercice 14

1) a) Décomposer 1 575 en produits de nombres premiers.
b) En utilisant cette décomposition, simplifier $\sqrt{1\,575}$.
2) La décomposition de 6 615 en produit de nombres premiers est $3^3 \times 5 \times 7^2$.
En déduire l'écriture irréductible de $\dfrac{1\,575}{6\,615}$.

Exercice 15

1) Décomposer 120 et 420 en produit de facteurs premiers.
2) Sans calculer directement le nombre, déterminer la décomposition en facteurs premiers 120×420.
3) Déterminer la décomposition en facteurs premiers de $(120 \times 420)^3$.

Exercice 16

Simplifier chaque fraction pour obtenir une fraction irréductible. Justifier.

a) $\dfrac{540}{506}$; b) $\dfrac{204}{595}$; c) $\dfrac{45\,600}{7\,650}$.

Exercice 17 : auto évaluation

C. Lainé

Exercice 18

« Le nombre caché :
• Je suis un nombre entier compris entre 100 et 400.
• Je suis pair.
• Je suis divisible par 11.
• J'ai aussi 3 et 5 comme diviseur.
Qui suis-je ? ».
Déterminer ce nombre en expliquant.

Exercice 19

Noémie confectionne des cadres et des dessous-de-plat en mosaïque, qu'elle commercialise vers l'Espagne. À partir de son stock, elle répartit 376 cadres et 470 dessous-de-plat dans des colis identiques.
1) Expliquer pourquoi le nombre de colis doit être un diviseur commun de 376 et 470.
2) Calculer le nombre maximal de colis réalisables.
3) Calculer le nombre de cadres et le nombre de dessous de plats contenus dans un colis.

Exercice 20

Une grossiste en fleurs a reçu un lot de 5 815 tulipes et 3 489 roses. Elle veut réaliser des bouquets tous identiques, composés de roses et de tulipes, en utilisant toutes les fleurs.

1) Quel nombre maximal de bouquets peut-elle composer ?
2) Une rose est vendue 1,80 € ; une tulipe est vendue 0,90 €.
Combien sera vendu l'un de ces bouquets ?

Exercice 21

L'escalier d'une tour a un nombre de marches compris entre 130 et 150. Si je les monte trois par trois, j'arrive en haut. Si j'étais capable de les monter quatre par quatre, je finirais par 1 marche. Combien y a-t-il de marches ?

Bilan

Numéro de mon parcours : ……

J'ai fait tous les exercices de mon parcours : ☐ OUI ☐ NON

Numéros des exercices plus difficiles pour moi (et que je dois revoir) : ……

Compétences		***M***	***NM***
C24-1	Utiliser les notions de multiples et diviseurs		
C24-2	Utiliser les nombres pairs ou impairs		
C24-3	Utiliser les nombres premiers		
C24-4	Présenter les résultats fractionnaires sous forme irréductible		

CORRECTIONS

Exercice 1	**Exercice 2** 1) Vrai, car son chiffre des unités est 0 ou 5. 2) Faux, car son chiffre des unités n'est pas 0, 2, 4, 6 ou 8. 3) Faux, car son chiffre des unités n'est pas 0 ou 5.
Exercice 3 1) 168 = 7 x 24 et 189 = 27 x 7 2) ce nombre est divisible par 7	**Exercice 4** Si x et y sont divisibles par 7, alors x peut s'écrire $7 \times k$ et y peut s'écrire $7 \times k'$, où k et k' sont des entiers. D'où $x + y = 7 \times k + 7 \times k' = 7 \times (k + k')$, et $k + k'$ est un entier. C'est donc un multiple de 7
Exercice 5 a) Faux, 13 n'est pas divisible par 3. b) Un nombre divisible par 5 se termine par 0 ou 5. Un nombre divisible par 4 a ses deux derniers chiffres divisible par 4. Donc un nombre divisible par 5 et par 4 se termine par 0 et est donc divisible par 10. c) Faux, b est divisible par 3 et 2 mais pas par 5. d) Faux, 10 est divisible par 2 mais pas par 4	**Exercice 6** Les diviseurs positifs stricts de 28 sont : 1, 2, 4, 7 et 14. Or $1+2+4+7+14=28$
Exercice 7 Cette fonction Python teste si un entier b est divisible par un entier a	**Exercice 8** $A = 15n + 21 = 3 \times (5n + 7)$ et $5n + 7$ est un entier, donc A est divisible par 3.
Exercice 9 Trois entiers consécutifs peuvent s'écrire $k-1$, k et $k+1$. D'où la somme de ces trois entiers est égale à $3k$ …..	**Exercice 10** Deux entiers sont consécutifs, donc s'écrivent $2p$ et $2p + 1$. $2p(2p + 1) = 4p^2 + 2p = 2(2p^2 + p)$ et donc leur produit est pair
Exercice 11 p est un entier pair, donc il existe un entier naturel k tel $p = 2 \times k$ En élevant au carré, on justifie qu'on obtient encore un entier pair.	**Exercice 12** $B = 6n + 5 = 6n + 4 + 1 = 2(3n + 2) + 1 = 2k + 1$
Exercice 13 Vrai. $3 \times (2k+1) = 6k + 3 = 2(3k+1) + 1 = 2q + 1$	**Exercice 14** 1) a) $1575 = 3^2 \times 5^2 \times 7$ b) $\sqrt{1\,575} = 15\sqrt{7}$ 2) $\frac{1\,575}{6\,615} = \frac{5}{21}$
Exercice 15 1) a) $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ et $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ b) $120 \times 420 = 2^5 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$ 2) $(120 \times 420)^3 = 2^{15} \times 3^6 \times 5^6 \times 7^3$	**Exercice 16** a) $\frac{540}{506} = \frac{270}{253}$; b) $\frac{204}{595} = \frac{12}{35}$; c) $\frac{45\,600}{7\,650} = \frac{304}{51}$.

C. Lainé

Exercice 18 Le nombre cherché est 330	**Exercice 19** 1) Noémie utilise tous les cadres et dessous-de-plat, donc le nombre de colis est un diviseur commun de 376 et 470. 2) 94 colis. 3) Chacun des 94 colis contient 5 cadres et 4 dessous de plat.
Exercice 20 1) La fleuriste peut faire 1 163 bouquets. 2) Un bouquet coûtera 9, 90 €.	**Exercice 21** Soit N le nombre de marches. N est un multiple de 3 compris entre 130 et 150 donc 132 ; 135 ; 138 ; 141 ; 144 ; 147. $N = 4k + 1$ donc on cherche si $N - 1$ est divisible par 4. Donc $N = 141$; il y a alors 141 marches.