PUISSANCES

Objectifs :

•*Effectuer des calculs numériques ou littéraux mettant en jeu des puissances.*

Définition 1. ***Puissance d'un réel***

Soit un réel a et un entier n. $a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$

Exemple : $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$; $(-5)^4 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = 625$ et $-5^4 = -5 \times 5 \times 5 \times 5 = -625$

Propriétés. ***Opérations sur les puissances***

Pour tous nombres a et b, et n un entier, on a :

$a^n \times a^m = a^{n+m}$; $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ **(avec a différent de 0) ;** $a^n \times b^n = (a \times b)^n$ **et** $\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$ **(avec b différent de 0).**

Exercice ❶ Calculer

Effectuer les calculs suivants sans calculatrice : $A = 1 + 3^2$; $B = 2 \times 5^3$; $C = (2 \times 5)^3$ et $D = 2^{-1} \times 5^{-2}$.

Exercice ❷ Calculer

1) Factoriser par 2^3 l'expression de A : $A = 2^5 - 2^3$.
2) Factoriser par 3^n l'expression de B : $B = 3^{5n} + 3^{n+1}$.
3) Factoriser par a^n l'expression de C : $C = a^{n+1} - a^n$.
4) Factoriser par 2^n l'expression de B : $D = 8^n + 2^{n+1}$.

Exercice ❸ Calculer

Une puissance d'un nombre positif a est un nombre qui s'écrit sous la forme a^n avec $n \in \mathbb{N}$.

1) a) Quelle est la cinquième puissance de 2?
b) Déterminer la plus grande puissance de 2 inférieure ou égale à 100.
c) Déterminer la plus grande puissance de 2 inférieure ou égale à 1000.

2) Répondre à ces trois questions précédentes avec les puissances de 3.
3) L'algorithme ci-dessous permet de déterminer la plus petite puissance de 2 supérieure ou égale à 10000.

$n \longleftarrow 0$
Tant que $2^n < 10000$, faire :
  $n \longleftarrow n+1$
afficher 2^n

Coder cet algorithme en Python.
4) Quelle sera la dernière valeur de n calculée par le programme ?

Exercice ❹ Calculer

Soit x un nombre non nul. Ecrire les expressions suivantes sous la forme x^n avec n un nombre entier relatif.

$A = \dfrac{\left(x^7\right)^2}{x^{15}}$; $B = \dfrac{x^{-5} \times x^3}{x^{-12}}$; $C = \dfrac{x \times x^3}{\dfrac{x^2}{x}}$ et $D = \dfrac{1}{x^{-7} \times x^3}$

Définition 2. *Notation scientifique*

Un nombredécimal positif est écrit en notationscientifique lorsqu'il est sous la forme $a \times 10^p$ où :
• a est un décimal tel que sa partie entière est compriseentre 1 et 9.
• p est un entier relatif.

Exemples : $2019 = 2{,}019 \times 10^3$ et $0{,}057 = 5{,}7 \times 10^{-2}$

Exercice ❺ Calculer

Une molécule d'hydrogène pèse 1,008 unité de masse atomique. Une unité de masse atomique représente $1{,}660538922 \times 10^{-27}$ kg. Dans un litre d'hydrogène, il y a $5{,}38 \times 10^{22}$ molécules.
Quelle est lamasse d'un litre d'hydrogène?

Exercice ❻ Modéliser

La vitesse de la lumière dans le vide est de 3×10^8 m.s^{-1}.
Quelle distance la lumière parcourt-elle en une année de 365jours? Donner une écriture scientifique du résultat.