

DEVOIR SURVEILLÉ N° 8

Suites géométriques, produit scalaire

Le 5 avril 2024

Exercice 1 (1,5 points)

Soit (u_n) une suite géométrique telle que $u_5 = 486$ et $u_7 = 4\,374$. Déterminer la valeur de la raison de cette suite sachant qu'elle est positive.

Exercice 2 (6 points)

La famille A décide de diminuer de 2 % par mois sa quantité de déchets produite par mois à partir du 1^{er} janvier 2020.

Au mois de décembre 2019, elle a produit 120 kg de déchets.

1) Justifier qu'au bout de 2 mois, la famille A aura produit environ 115 kg de déchets.

On admet que la quantité de déchets produits chaque mois conserve la même évolution toute l'année.

On modélise l'évolution de la production de déchets de la famille A par la suite de terme général a_n , où a_n représente la quantité, en kg, de déchets produits par la famille A n mois après décembre 2019.

Ainsi, a_0 représente la quantité de déchets produits durant le mois de décembre 2019, a_1 représente la quantité de déchets produits durant le mois de janvier 2020, etc.

2) a) Déterminer la nature de la suite (a_n) .

b) Pour tout entier naturel n , exprimer a_n en fonction de n .

3) Déterminer la quantité totale de déchets que produira la famille A durant l'année 2020. On arrondira le résultat à l'unité.

4) On donne le programme ci-dessous.

```
def S(n):  
    U=120  
    S=0  
    for k in range (n):  
        U=0.98*U  
        S=S+U  
    return (S)
```

Que représente le résultat renvoyé par la fonction si on entre l'instruction $S(6)$?

Exercice 3 (3 points)

On considère un même triangle ABC donné de trois façons différentes.

Déterminer dans chacun des cas le produit scalaire $\overline{AB} \bullet \overline{AC}$.

1) $AB = 2$ cm, $AC = 3$ cm et $(\overline{BA}, \overline{AC}) = \frac{\pi}{4}$.

2) $AB = 8$ cm, $BC = 10$ cm et $AC = 2\sqrt{21}$ cm.

3) Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, les points A , B et C ont pour coordonnées respectives $(0; 4\sqrt{3})$, $(-4; 0)$ et $(6; 0)$.

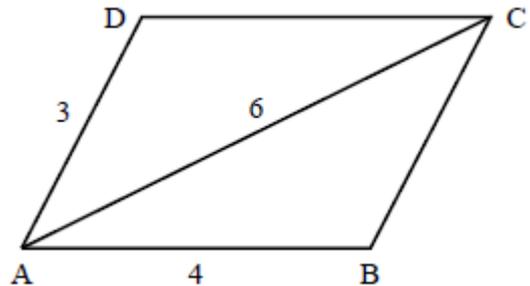
Exercice 4 (1,5 points)

Soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 2$ et $\|\vec{v}\| = 1$ et $\vec{u} \bullet \vec{v} = 0$. Déterminer $(\vec{u} + \vec{v}) \bullet (2\vec{u} - \vec{v})$.

Exercice 5 (4 points)

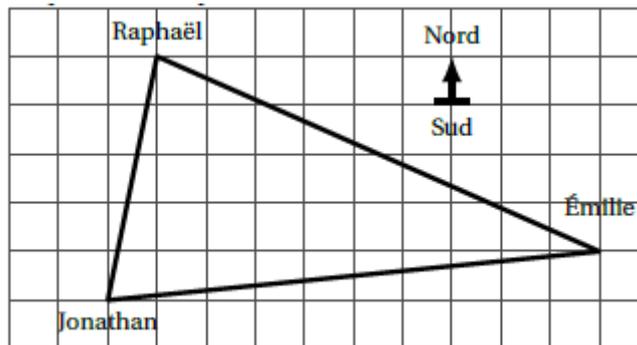
Soit $ABCD$ un parallélogramme tel que : $AB = 4$; $AD = 3$ et $AC = 6$.

- 1) Calculer $\overline{AB} \bullet \overline{AD}$.
- 2) Déterminer $(\overline{BA} + \overline{AD})^2$.
- 3) En déduire la valeur exacte de la longueur BD .



Exercice 6 (4 points)

Dans un jeu de télé-réalité, lors d'une épreuve, trois candidats sont placés sur un quadrillage comme indiqué ci-dessous, chaque carreau représentant un carré d'un mètre de côté.



Pour remporter cette épreuve, les participants doivent évaluer l'angle, au degré près, du triangle qu'ils forment se trouvant au pied de Jonathan.
On considère le plan muni d'un repère orthonormé de centre J, représentant la localisation de Jonathan, d'axe des abscisses orienté vers l'Est et d'axe des ordonnées orienté vers le Nord et d'unité 1 mètre.

- 1) Calculer les distances exactes séparant Jonathan des deux autres candidats.
- 2) Quelle valeur doivent donner les participants pour remporter cette épreuve ?