

DEVOIR SURVEILLÉ N° 7

Fonctions dérivées, suites arithmétiques

Le 15 mars 2024

Exercice 1 (2 points)

- 1) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x^3 - 1}{3x^2 + 1}$. Déterminer $f'(x)$.
- 2) Soit f la fonction définie sur $\left] \frac{1}{4}; +\infty \right[$ par $g(x) = \sqrt{4x - 1}$. Déterminer $g'(x)$.

Exercice 2 (3 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 5x + 6$, et \mathcal{C}_f sa courbe représentative.

- 1) Déterminer $f'(x)$ pour tout réel x .
- 2) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse 3.
- 3) Déterminer la position relative de \mathcal{C}_f par rapport à (T) .

Exercice 3 (2 points)

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u(n) = (n+1)^2 - n^2$

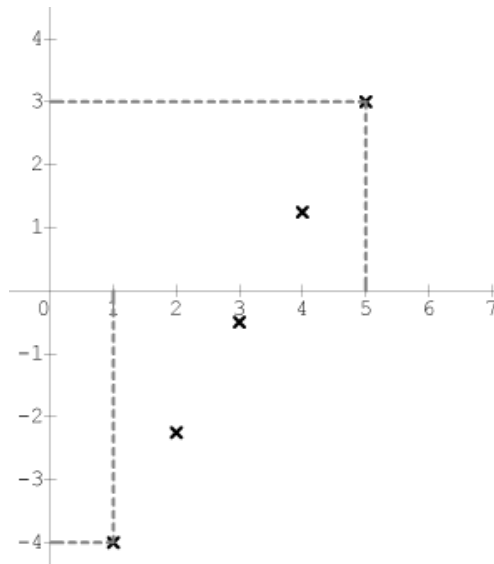
La suite (u_n) est-elle une suite arithmétique ? Si oui, préciser le premier terme et la raison.

Exercice 4 (5 points)

- 1) Soit (v_n) une suite arithmétique. On sait que $v_5 = 125$ et $v_{16} = 48$.
Calculer la raison et le premier terme de cette suite.
- 2) En déduire v_n en fonction de n .
- 3) Pour quelle valeur de n a-t-on $v_n = -127$?
- 4) À partir de quel rang a-t-on $v_n \leq -250$?
- 5) Calculer la somme $S = v_{1789} + v_{1790} + v_{1791} + \dots + v_{2024}$.

Exercice 5 (2 points)

Soit (u_n) une suite arithmétique dont la représentation graphique est ci-dessous.



- 1) D'après ce graphique, la raison de cette suite est-elle positive ou négative ?
- 2) Déterminer le premier terme de (u_n) et sa raison r .

Exercice 6 (6 points)

Une collectivité locale octroie une subvention de 116 610 € pour le forage d'une nappe d'eau souterraine. Une entreprise estime que le forage du premier mètre coûte 130 € ; le forage du deuxième mètre coûte 52 € de plus que celui du premier mètre ; le forage du troisième mètre coûte 52 € de plus que celui du deuxième mètre, etc.

Plus généralement, le forage de chaque mètre supplémentaire coûte 52 € de plus que celui du mètre précédent.

Pour tout entier n supérieur ou égal à 1, on note u_n le coût du forage du n -ième mètre en euros et S_n le coût du forage de n mètres en euros ; ainsi $u_1 = 130$.

- 1) Calculer u_2 et u_3 .
- 2) Préciser la nature de la suite (u_n) . En déduire l'expression de u_n en fonction de n , pour tout n entier naturel non nul.
- 3) Calculer S_2 et S_3 .
- 4) Afin de déterminer le nombre maximal de mètres que l'entreprise peut forer avec la subvention qui est octroyée, on considère la fonction Python suivante :

```
def nombre_metre(S):
    C=130
    n=1
    while C<S:
        C=C+...
        n=n+1
    return n
```

Compléter cet algorithme de sorte que l'exécution de la fonction nombre_metre(S) renvoie le nombre maximal de mètres que l'entreprise peut forer avec la subvention octroyée. Justifier votre réponse.

- 5) On admet que, pour tout entier n naturel non nul, $S_n = 26n^2 + 104n$. En déduire la valeur de n que fournit la fonction Python donnée à la question 4. On expliquera la démarche utilisée.



Source : <https://www.atelec-pompes.fr>

