

DEVOIR SURVEILLÉ N° 5

Suites, trigonométrie

Le 19 janvier 2024

Exercice 1 (8 points)

Déterminer les variations des suites (u_n) suivantes.

1) $u_{n+1} = u_n + 2n$; 2) $u_{n+1} = \left(u_n + \frac{1}{2}\right)^2$; 3) $u_n = \frac{2^n}{3^n}$; 4) $u_n = n^2 - 6n + 1$.

Exercice 2 (2 points)

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = \frac{1 + 0,5u_n}{0,5 + u_n}$.

On admet que tous les termes de cette suite sont définis et strictement positifs.

1) On donne l'algorithme suivant, écrit en Python :

```
def exo(N):
    U=2
    for i in range(1,N+1):
        U=(1+0.5*U)/(0.5+U)
    return U
```

Compléter le tableau suivant, en faisant fonctionner cet algorithme pour $N = 3$.
Les valeurs de u seront arrondies au millième.

i	1	2	3
u			

2) Pour $n = 12$, on a prolongé le tableau précédent et on a obtenu :

i	4	5	6	7	8	9	10	11	12
u	1,0083	0,9973	1,000 9	0,999 7	1,000 1	0,999 97	1,000 01	0,999 996	1,000 001

Quelle semble être la limite de la suite (u_n) ?

Exercice 3 (7 points)

1) Sur le cercle trigonométrique suivant, placer les points suivants $A\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ et $B\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$.

2) Soit C le point image sur le cercle trigonométrique du nombre réel $\frac{263\pi}{4}$.

a) Déterminer la mesure principale de $\frac{263\pi}{4}$.

b) Placer C sur le cercle.

3) Soit D le point image sur le cercle trigonométrique du nombre réel $\frac{1145\pi}{3}$.

a) Déterminer la mesure principale de $\frac{1145\pi}{3}$.

b) Placer D sur le cercle.

