CORRECTION DU DEVOIR SURVEILLÉ N° 4

Second degré, suites	***Le 15 décembre 2023***

Exercice 1

$\boldsymbol{u_{n+1}} = -3(n+1)^2 - 4(n+1) - 2 = -3(n^2 + 2n + 1) - 4n - 4 - 2 = -3n^2 - 6n - 3 - 4n - 6 \boldsymbol{= -3n^2 - 10n - 9}$

Exercice 2

1)

i	u	s
1	**5**	**8**
2	**9**	**17**
3	**17**	**34**

2) **Dans le cas général, cet algorithme calcule la somme des N premiers termes consécutifs de la suite (u_n)**.

Exercice 3

1) $\boldsymbol{f(0)} = -0,25 \times 0^2 + 7,75 \times 0 + 8 = 0 + 0 + 8 \boldsymbol{= 8}$; donc **la hauteur de la plateforme est de 8 mètres**.

2) Cette fonction est une fonction polynôme du second degré avec $a = -0,25$, $b = 7,75$ et $c = 8$.

$-\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{7,75}{-0,5} = 15,5$ et a est négatif, alors on en déduit que

t	0		$15,5$		$+\infty$
f	8	$\nearrow$	$68,0625$	$\searrow$	$-\infty$

$f(15,5) = -0,25 \times 15,5^2 + 7,75 \times 15,5 + 8 = 68,0625$

3) D'après le tableau de variations, **la hauteur maximale atteinte par ces fusées est d'environ 68 mètres**.

4) On est amené à résoudre l'équation $f(t) = 0$, c'est-à-dire $-0,25t^2 + 7,75t + 8 = 0$.

$\Delta = 7,75^2 - 4 \times (-0,25) \times 8 = 68,0625$.

Comme $\Delta > 0$, cette équation admet deux solutions :

$t_1 = \dfrac{-7,75 - \sqrt{68,0625}}{-0,5} = \dfrac{-7,75 - 8,25}{-0,5} = 32$ et $t_2 = \dfrac{-7,75 + \sqrt{68,0625}}{-0,5} = \dfrac{-7,75 + 8,25}{-0,5} = -1$.

Comme $-1 < 0$, **la fusée qui n'a pas explosé va atteindre le sol au bout de 32 secondes**.

5) On est amené à résoudre l'inéquation $f(t) > 40$, c'est-à-dire $-0,25t^2 + 7,75t - 32 > 0$.

$\Delta = 7,75^2 - 4 \times (-0,25) \times (-32) = 28,0625$.

Comme $\Delta > 0$, ce trinôme du second degré admet deux racines :

$t_1 = \dfrac{-7,75 - \sqrt{28,0625}}{-0,5} \approx 26,1$ et $t_2 = \dfrac{-7,75 + \sqrt{28,0625}}{-0,5} \approx 4,9$.

Par suite :

t	0		4,9		26,1		$+\infty$
$-0,25t^2 + 7,75t - 32$		$-$	0	$+$		$-$	

Par conséquent, **les fusées dépasseront la hauteur de 40 mètres entre 4,9 s et 26,1 secondes**.