DEVOIR SURVEILLÉ N° 2	
Second degré, probabilités conditionnelles	***Le 13 octobre 2023***

<u>Exercice 1</u>

1) $\Delta = 16^2 - 4\times 8\times 6 = 256 - 196 = 64$.
Comme $\Delta > 0$, ce trinôme du second degré admet deux racines :
$x_1 = \dfrac{-16-\sqrt{64}}{16} = -\dfrac{24}{16} = -\dfrac{3}{2}$ et $x_2 = \dfrac{-16+\sqrt{64}}{16} = -\dfrac{8}{16} = -\dfrac{1}{2}$.

Par conséquent, $\boldsymbol{f(x) = 8\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)}$.

2) $8(x+1)^2 - 2 = 8(x^2+2x+1) - 2 = 8x^2+16x+8-2 = 8x^2+16x+6 = f(x)$.

Donc **$8(x+1)^2-2$ est la forme factorisée de $f(x)$**.

3) a) La forme la plus appropriée est la forme factorisée de $f(x)$.

$f(x) = 0$ équivaut à : $x+\dfrac{3}{2} = 0$ ou $x+\dfrac{1}{2} = 0$.

Or $x+\dfrac{3}{2} = 0$ équivaut à $x = -\dfrac{3}{2}$, et $x+\dfrac{1}{2} = 0$ équivaut à $x = -\dfrac{1}{2}$.

Par conséquent, **l'équation $f(x) = 0$ admet pour solutions $-\dfrac{3}{2}$ et $-\dfrac{1}{2}$**.

b) La forme la plus appropriée pour calculer $f(-1)$ est la forme canonique de $f(x)$.

$f(-1) = 8(-1+1)^2 - 2 = 8\times 0 - 2 = \boldsymbol{-2}$.

La forme la plus appropriée pour calculer $f\left(\sqrt{2}\right)$ est la forme développée de $f(x)$.

$f\left(\sqrt{2}\right) = 8\left(\sqrt{2}\right)^2 + 16\sqrt{2} + 6 = 16 + 16\sqrt{2} + 6 = \boldsymbol{22+16\sqrt{2}}$.

c) La forme la plus appropriée est la forme développée de $f(x)$.
$f(x) = 6$ équivaut à $8x^2+16x+6 = 6$, c'est-à-dire à $8x^2+16x = 0$.

Or $8x^2+16x = 0$ équivaut à $8x(x+2) = 0$, c'est-à-dire $8x = 0$ ou $x+2 = 0$.

Par conséquent, **l'équation $f(x) = 6$ admet pour solutions -2 et 0**.

<u>Exercice 2</u>

Comme $3 > 0$, alors $6x^2 - 15x + 4 > -2$ équivaut à $2x^2 - 5x + 2 > 0$.
$\Delta = (-5)^2 - 4\times 2\times 2 = 25 - 16 = 9$.

Comme $\Delta > 0$, ce trinôme du second degré admet deux racines : $x_1 = \dfrac{5-\sqrt{9}}{4} = \dfrac{2}{4} = 0{,}5$ et

$x_2 = \dfrac{5+\sqrt{9}}{4} = \dfrac{8}{4} = 2$. De plus, $a = 2 > 0$; on en déduit donc :

x	$-\infty$		0,5		2		$+\infty$
$2x^2-5x+2$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Par conséquent, **$\mathscr{S} =]-\infty\ ;\ 0{,}5[\cup]\ 2\ ;+\infty[$**.

Exercice 3

$d = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-3}{2\times 2} = \dfrac{3}{4}$; puis

$e = 2\times\left(\dfrac{3}{4}\right)^2 - 3\times\left(\dfrac{3}{4}\right) + 4 = 2\times\dfrac{9}{16} - \dfrac{9}{4} + 4 = \dfrac{9}{8} - \dfrac{9}{4} + 4 = \dfrac{9-18+32}{8} = \dfrac{23}{8} = 2{,}875$.

Lorsqu'on écrit `calcul(2,-3)` dans la console, la valeur affichée sera 2,875.

Exercice 4

1)

	Nombre de clients ayant acheté une meuleuse	Nombre de clients n'ayant pas acheté de meuleuse	Total
Nombre de clients ayant acheté une scie sauteuse	❸ **4**	❺ **76**	**80**
Nombre de clients n'ayant pas acheté de scie sauteuse	❹ **59**	❻ **161**	❷ **220**
Total	**63**	❶ **237**	300

❶ $300-63=237$; ❷ $300-80=220$; ❸ $\dfrac{5}{100}\times 80 = 4$; ❹ $63-4=59$; ❺ $80-4=76$

❻ $220-59=161$.

2) $\dfrac{63}{300}\times 100 = 21$; **21 % de clients ont acheté une meuleuse**.

3) 4 clients ont acheté les deux outils. Or $\dfrac{4}{300}\times 100 \approx 1{,}33$ et $1{,}33 < 2$, donc **l'affirmation « Au moins 2 % des clients ont acheté les deux outils (meuleuse et scie sauteuse) » est fausse**.

4) a) $\boldsymbol{p_M(S) = \dfrac{4}{63} \approx 0{,}063}$.

b) $\boldsymbol{p\left(\overline{S}\cap M\right) = \dfrac{59}{300} \approx 0{,}197}$.

5) La probabilité que le client ait acheté une meuleuse sachant qu'il a acheté une scie sauteuse, est égale à $p_S(M)$. Or $p_S(M) = \dfrac{4}{80} = \dfrac{1}{20} = 0{,}05$.

Donc **la probabilité que le client ait acheté une meuleuse sachant qu'il a acheté une scie sauteuse est égale à 0,05**.