| CORRECTION DU DEVOIR SURVEILLÉ N° 1 | |
|---|---|
| ***Second degré, calcul littéral, inéquations, équations du premier degré*** | ***Le 23 septembre 2023*** |

## Exercice 1

1) $2x-9=-3x+1$ équivaut à $2x+3x=1+9$, c'est-à-dire à $5x=10$, ou encore à $x=\dfrac{10}{5}=2$

Donc $\mathcal{S}=\{\mathbf{2}\}$.

2) Si $(7x-10)(-2x+3)=0$, alors $7x-10=0$ ou $-2x+3=0$.

Or $7x-10=0$ équivaut à $7x=10$, c'est-à-dire à $x=\dfrac{10}{7}$

et $-2x+3=0$ équivaut à $-2x=-3$, c'est-à-dire à $x=\dfrac{3}{2}$.

Par conséquent, $\mathcal{S}=\left\{\dfrac{\mathbf{10}}{\mathbf{7}}\ ;\ \dfrac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}\right\}$.

3) $-4x+10\leq -2x+6$ équivaut à $-4x+10+2x\leq -2x+6+2x$, c'est-à-dire à $-2x+10\leq 6$.

Or $-2x+10\leq 6$ équivaut à $-2x+10-10\leq 6-10$, c'est-à-dire à $-2x\leq -4$.

De plus, $-2x\leq -4$ équivaut à $\dfrac{-2x}{-2}\geq\dfrac{-4}{-2}$, c'est-à-dire à $x\geq 2$. Donc $\mathcal{S}=[\mathbf{2}\ ;+\infty[$.

4) $-x-2=0$ équivaut à $x=-2$ et $x+1=0$ équivaut à $x=-1$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-1x-2$ | | $+$ | $0$ | $-$ | \| | $-$ | |
| $1x+1$ | | $-$ | \| | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $\dfrac{-x-2}{x+1}$ | | $-$ | $0$ | $+$ | \|\| | $-$ | |

Par conséquent, $\mathcal{S}=]-\mathbf{2}\ ;-\mathbf{1}[$.

## Exercice 2

1) $-x^2+10x=0$ équivaut à $-x(x-10)=0$. On en déduit que $-x=0$ ou $x-10=0$.

Par conséquent, $\mathcal{S}=\{\mathbf{0}\ ;\ \mathbf{10}\}$.

2) $\Delta=(-4)^2-4\times5\times(-1)=16+20=36$.

Comme $\Delta>0$, cette équation admet deux solutions : $x_1=\dfrac{4-\sqrt{36}}{10}=\dfrac{-2}{10}=-\dfrac{1}{5}$ et

$x_2=\dfrac{4+\sqrt{36}}{10}=\dfrac{10}{10}=1$. Par conséquent, $\mathcal{S}=\left\{-\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}}\ ;\ \mathbf{1}\right\}$.

3) $\Delta=\left(-\sqrt{7}\right)^2-4\times1\times\left(1+\sqrt{7}\right)=7-4-4\sqrt{7}=3-4\sqrt{7}$. Comme $\Delta<0$, **cette équation n'admet pas de solution**.

4) $\Delta=\left(-\dfrac{4}{3}\right)^2-4\times\dfrac{1}{4}\times1=\dfrac{16}{9}-1=\dfrac{7}{9}$.

Comme $\Delta > 0$, cette équation admet deux solutions : $x_1 = \dfrac{\dfrac{4}{3} - \sqrt{\dfrac{7}{9}}}{\dfrac{1}{2}} = \left(\dfrac{4}{3} - \dfrac{\sqrt{7}}{3}\right) \times 2 = \dfrac{8 - 2\sqrt{7}}{3}$

et $x_2 = \dfrac{\dfrac{4}{3} + \sqrt{\dfrac{7}{9}}}{\dfrac{1}{2}} = \left(\dfrac{4}{3} + \dfrac{\sqrt{7}}{3}\right) \times 2 = \dfrac{8 + 2\sqrt{7}}{3}$. Par conséquent, $\mathscr{S} = \left\{\dfrac{8 - 2\sqrt{7}}{3} \;;\; \dfrac{8 + 2\sqrt{7}}{3}\right\}$.

5) $9x^2 + 12x + 4 = 0$ équivaut à $(3x+2)^2 = 0$, c'est-à-dire à $3x + 2 = 0$.

Or $3x + 2 = 0$ équivaut à $x = -\dfrac{2}{3}$. Par conséquent, $\mathscr{S} = \left\{-\dfrac{2}{3}\right\}$.

6) $x^2 - x = 1$ équivaut à $x^2 - x - 1 = 0$.

$\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 1 + 4 = 5$.

Comme $\Delta > 0$, cette équation admet deux solutions : $x_1 = \dfrac{1 - \sqrt{5}}{2}$ et $x_2 = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Par conséquent, $\mathscr{S} = \left\{\dfrac{1 - \sqrt{5}}{2} \;;\; \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}\right\}$.

**Exercice 3**

Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 8x^2 + 16x + 6$.

1) $f(x) = 8x^2 + 16x + 6 = 8\left(x^2 + 2x + \dfrac{3}{4}\right) = 8\left[\left[(x+1)^2 - 1\right] + \dfrac{3}{4}\right] = 8\left[(x+1)^2 - \dfrac{1}{4}\right]$.

Donc **la forme canonique de $f(x)$ est $8(x+1)^2 - 2$**.

2) Pour tout réel $x$, $8(x+1)^2 \geq 0$ ; par suite, $8(x+1)^2 - 2 \geq 0 - 2$, c'est-à-dire $f(x) \geq -2$.

Comme $-2 > -4$, alors, **pour tout réel $x$, $f(x) \geq -4$**.

**Exercice 4**

Soit $x$ un entier relatif ; alors l'entier consécutif est $x + 1$.

D'où $x^2 + (x+1)^2 = 4141$, c'est-à-dire $x^2 + x^2 + 2x + 1 = 4141$ ou encore $2x^2 + 2x - 4140 = 0$.

$\Delta = 2^2 - 4 \times 2 \times (-4140) = 33124$.

Comme $\Delta > 0$, cette équation admet deux solutions : $x_1 = \dfrac{-2 - \sqrt{33124}}{2 \times 2} = \dfrac{-2 - 182}{4} = -46$ et

$x_2 = \dfrac{-2 + \sqrt{33124}}{2 \times 2} = \dfrac{-2 + 182}{4} = 45$. Donc **45 et 46 sont deux entiers relatifs consécutifs dont la somme des carrés égale 4 141, ou $-46$ et $-45$ sont deux entiers relatifs consécutifs dont la somme des carrés égale 4 141**.