CORRECTION DU DEVOIR MAISON N° 2	
Second degré	***Pour le 2 octobre 2020***

Exercice 1

1) L'aire de la surface rose, que l'on notera $\mathscr{A}(x)$, est égale à l'aire du demi-disque de diamètre $[AB]$ à laquelle on retranche la somme deux-demi disques $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$

$$\mathscr{A}(x)=\frac{\pi\times\left(\frac{AB}{2}\right)^2}{2}-\left(\frac{\pi\times\left(\frac{AM}{2}\right)^2}{2}+\frac{\pi\times\left(\frac{MB}{2}\right)^2}{2}\right)=\frac{\pi\times 4^2}{2}-\left(\frac{\pi\times\frac{x^2}{4}}{2}+\frac{\pi\times\frac{(8-x)^2}{4}}{2}\right)$$

$$\mathscr{A}(x)=8\pi-\left(\frac{\pi\times x^2}{8}+\frac{\pi\times\left(64-16x+x^2\right)}{8}\right)=\frac{\pi}{8}\left(64-x^2-64+16x-x^2\right)=\frac{\pi}{8}\left(-2x^2+16x\right)$$

Par conséptuent, $\boldsymbol{\mathscr{A}(x)=-\frac{\pi}{4}x^2+2\pi x}$.

2) a)

```
from math import pi
def lunule():
  x=0
  a=0
  while a!=4*pi :
    x=x+0.1
    a=-(pi/4)*x**2+2*pi*x
  return x
```

Lorsqu'on « lance » le programme, **il semble que l'aire de la surface rose soit égale à la moitié de l'aire du demi-disque de diamètre $[AB]$ lorsque $x=4$, c'est-à-dire lorsque *M* est le milieu de $[AB]$**.

b)

```
from math import pi
def lunule():
  x=0
  a=0
  while a!=6*pi :
    x=x+0.1
    a=-(pi/4)*x**2+2*pi*x
  return x
```

Lorsqu'on « lance » le programme, **le programme « bugue »** .

3) a) L'aire de la surface rose est égale à la moitié de l'aire du demi-disque de diamètre $[AB]$ lorsque $-\frac{\pi}{4}x^2+2\pi x=4\pi$, c'est-à-dire lorsque $-x^2+8x=16$, ou encore $-x^2+8x-16=0$.

$\Delta=8^2-4\times(-1)\times(-16)=64-64=0$.

Comme $\Delta=0$, cette équation admet une racine double : $x_0=\frac{-b}{2a}=\frac{-8}{-2}=4$.

Par conséquent, **l'aire de la surface rose soit égale à la moitié de l'aire du demi-disque de diamètre $[AB]$ lorsque $x=4$, c'est-à-dire lorsque *M* est le milieu de $[AB]$**.

b) L'aire de la surface rose est égale aux trois-quarts de l'aire du demi-disque de diamètre $[AB]$ lorsque $-\frac{\pi}{4}x^2+2\pi x=6\pi$, c'est-à-dire lorsque $-x^2+8x=24$, ou encore $-x^2+8x-24=0$.

$\Delta=8^2-4\times(-1)\times(-24)=64-96=-32$.

Comme $\Delta<0$, cette équation n'admet pas de solution.

Par conséquent, **il n'existe pas une position du point *M* pour laquelle l'aire de la surface rose est égale aux trois-quarts de l'aire du demi-disque de diamètre $[AB]$.**

Exercice 2

1) a) L'aire de la surface formée par les algues vertes en février est égale à $f(0,5)$.

Or $f(0,5) = 2,4 \times 0,5 - 2,4 \times 0,5^2 = 0,6$.

Par conséquent, **l'aire de la surface formée par les algues vertes en février est 6 m²**.

b) L'aire de la surface formée par les algues vertes en mars est égale à $f(0,6)$.

Or $f(0,6) = 2,4 \times 0,6 - 2,4 \times 0,6^2 = 0,576$.

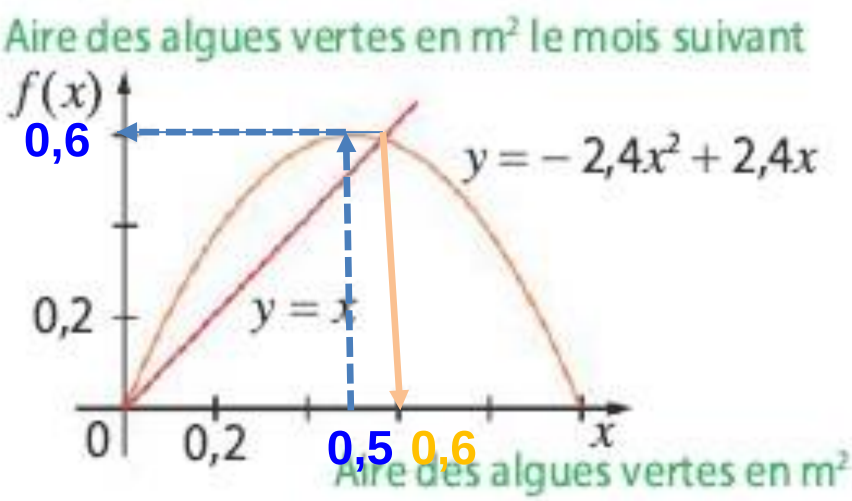
Par conséquent, **l'aire de la surface formée par les algues vertes en mars est 5,76 m²**.

c) On utilise un tableur :

mois	*x*	*f(x)*
janvier	0,5	0,6
février	0,6	0,576
mars	0,576	0,5861376
avril	0,5861376	0,58219275
mai	0,58219275	0,58378644
juin	0,58378644	0,5831516
juillet	0,5831516	0,58340595
août	0,58340595	0,58330427
septembre	0,58330427	0,58334495
octobre	0,58334495	0,58332868
novembre	0,58332868	0,58333519
décembre	0,58333519	0,58333259
janvier	0,58333259	0,58333363
février	0,58333363	0,58333321
mars	0,58333321	0,58333338
avril	0,58333338	0,58333331
mai	0,58333331	0,58333334
juin	0,58333334	0,58333333
juillet	0,58333333	0,58333333
août	0,58333333	0,58333333

Il semble qu'au bout d'un an, et au bout de 20 mois, l'aire de la surface formée par les algues vertes soit égale à 5.83 m².

2)



3) a) $f(x)=x$ équivaut à $2,4x-2,4x^2=x$, c'est-à-dire à $1,4x-2,4x^2=0$, ou encore à $0,2x(7-1,2x)=0$.

De plus, $0,2x(7-1,2x)=0$ équivaut à $0,2x=0$ ou à $7-1,2x=0$.

$0,2x=0$ équivaut à $x=0$

$7-1,2x=0$ équivaut à $x=\frac{7}{1,2}=\frac{7\times10}{1,2\times10}=\frac{70}{12}=\frac{35}{6}\approx 0,58333333$.

Par conséquent, **l'équation $f(x)=x$ admet pour solutions : 0 et $\frac{35}{6}$**.

b) D'après la construction graphique de la question 2), la valeur de l'aire va « s'accumuler » vers l'abscisse du point d'intersection de la courbe et de la droite d'équation $y=x$, c'est-à-dire vers $\frac{35}{6}$.

Par conséquent, **à long terme, l'aire de la surface formée par les algues vertes stagnera vers $\frac{35}{6}$ m^2**.