FONCTIONS DÉRIVÉES

Plan de travail	*Première Spécialité maths*

NOM : …………………………………………… PRÉNOM : ……………………………………...

Parcours 1	**1** $\to$ **2** $\to$ **3** $\to$ **4** $\to$ **5** $\to$ **6** $\to$ **8** $\to$ **9**
Parcours 2	**1** $\to$ **2** $\to$ **3** $\to$ **5** $\to$ **7** $\to$ **8** $\to$ **9** $\to$ **10**
Parcours 3	**1** $\to$ **3** $\to$ **5** $\to$ **7** $\to$ **8** $\to$ **10** $\to$ **11**

Exercice 1

1) Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x)=3x^4-2\sqrt{x}$. Déterminer $f'(x)$

2) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x+1)(3-2x^2)$. Déterminer $f'(x)$.

3) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{1}{3x^4+1}$. Déterminer $f'(x)$.

4) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}-\{-2\}$ par $f(x)=\dfrac{1-x^2}{3x-4}$. Déterminer $f'(x)$.

Exercice 2

Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes.

$f(x)=-2x^3+3x^2-1$; $g(x)=x\sqrt{x}$;

$h(x)=\dfrac{1}{2-x^2}$; $k(x)=x^2\sqrt{x}$;

$m(x)=\dfrac{1}{3x^2-1}$; $n(x)=(x^2-1)\left(2+\dfrac{1}{x}\right)$

$p(x)=\dfrac{x^2+1}{3x-2}$; $s(x)=\dfrac{x}{x+\sqrt{x}}$.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}-\left\{\dfrac{4}{5}\right\}$ par $f(x)=\dfrac{1}{5x-4}$. Déterminer $f'(x)$.

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $]-\infty\,;1]$ par $f(x)=\sqrt{1-x}$. Déterminer $f'(x)$.

Exercice 5 : évaluation sur Capytale

Exercice 6

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-x^4+2x^2+x$ au point $A(-1\,;0)$.

C. Lainé

Exercice 7

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$ au point d'abscisse 1.

Exercice 8

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2+3x+5$ dont la courbe représentative est $\mathscr{C}_f$.

1) Donner une équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 4.

2) Existe-t-il une tangente à $\mathscr{C}_f$ de coefficient directeur −1 ?

3) Déterminer les équations des tangentes à $\mathscr{C}_f$ passant par le point

Exercice 9

Une entreprise produit entre 1 tonne et 20 tonnes de peinture. Le coût de production de x tonnes de peinture, en milliers d'euros, est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[1\,;20]$ par $C(x)=0{,}05x^2-0{,}1x+2{,}45$.

En 2018, elle a produit quotidiennement 10 tonnes de peinture.

En économie, le coût marginal C_m représente l'augmentation du coût engendrée par la production d'une tonne supplémentaire : ainsi, pour x tonnes produites, on a $C_m(x)=C(x+1)-C(x)$.

1) Calculer le coût marginal $C_m(10)$ pour une production de 10 tonnes, puis $C_m(11)$.

2) Les économistes considèrent que $C'(x)$ est une bonne approximation du coût marginal.

a) Justifier que la fonction C est dérivable sur $[1\,;20]$ et déterminer $C'(x)$.

b) En déduire $C'(10)$ et $C'(11)$.

c) Comparer aux résultats de la question 1).

Exercice 10

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=-2x^2+3x-1$. Soit $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative dans un repère.

1) Déterminer une équation de la tangente T_2 à $\mathscr{C}_g$ au point d'abscisse 2.

2) Donner la position de T_2 par rapport à à $\mathscr{C}_g$.

3) Montrer que la tangente T_a à $\mathscr{C}_g$ au point d'abscisse a admet pour équation $y=(-4a+3)x+2a^2-1$.

4) Appelons t_1 la fonction qui à x associe l'expression précédente.

Ainsi $t_1(x)=(-4a+3)x+2a^2-1$.

a) Calculer l'expression de la différence $g(x)-t_1(x)$, puis factoriser le résultat obtenu.

b) En déduire la position relative de $\mathscr{C}_g$ T_a

Exercice 11

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, où a, b, c et d sont des réels.

Soit $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

Déterminer les valeurs des nombres a, b, c et d pour que $\mathscr{C}_f$ possède les propriétés suivantes :

- $\mathscr{C}_f$ coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 20.
- $\mathscr{C}_f$ admet une tangente horizontale au point d'abscisse 0.
- $\mathscr{C}_f$ passe par $A(-1\,;18)$ et admet en ce point une tangente parallèle à la droite d'équation $y=3x-4$.

Bilan

Numéro de mon parcours : ……

J'ai fait tous les exercices de mon parcours : ☐ OUI☐ NON

Numéros des exercices plus difficiles pour moi (et que je dois revoir) : ……………………

Compétences		***M***	***NM***
C07-1	Calculer la fonction dérivée de la fonction carrée		
C07-2	Calculer la fonction dérivée de la fonction inverse		
C07-3	Calculer la dérivée d'une somme de fonctions dérivables		
C07-4	Calculer la dérivée d'un produit de fonctions dérivables		
C07-5	Calculer la dérivée d'un quotient de fonctions dérivables		
C07-6	Calculer la dérivée de l'inverse d'une fonction dérivable		
C07-7	Calculer la dérivée d'une fonction du type $x \mapsto g(ax+b)$		

C. Lainé

CORRECTIONS

Exercice 1 1) $f'(x)=12x^3-\dfrac{1}{\sqrt{x}}$; 2) $f'(x)=-6x^2-4x+3$; 3) $f'(x)=-\dfrac{12x^3}{\left(3x^4+1\right)^2}$; 4) $f'(x)=\dfrac{-3x^2+8x-3}{\left(3x-4\right)^2}$	**Exercice 2**
Exercice 3 $f'(x)=\dfrac{-5}{\left(5x-4\right)^2}$	**Exercice 4** $f'(x)=\dfrac{-1}{2\sqrt{1-x}}$
Exercice 6 $y = x + 1$	**Exercice 7** $y = -0{,}5x + 1$
Exercice 8 1) $y = 11x - 11$ 2) oui : au point d'abscisse – 2. 3) $y = -x + 1$; $y = 3x + 5$	**Exercice 9** 1) $C_m(10)=7{,}4-6{,}45=0{,}95$; $C_m(11)=8{,}45-7{,}4=1{,}05$. 2) a) $C'(x)=0{,}1x-0{,}1$. b) $C'(10)=0{,}9$ et $C'(11)=1$. c) L'erreur comise est égale à 0,05 dans les deux cas
Exercice 10	**Exercice 11** $f(x)=-x^3-3x^2+20$

C. Lainé